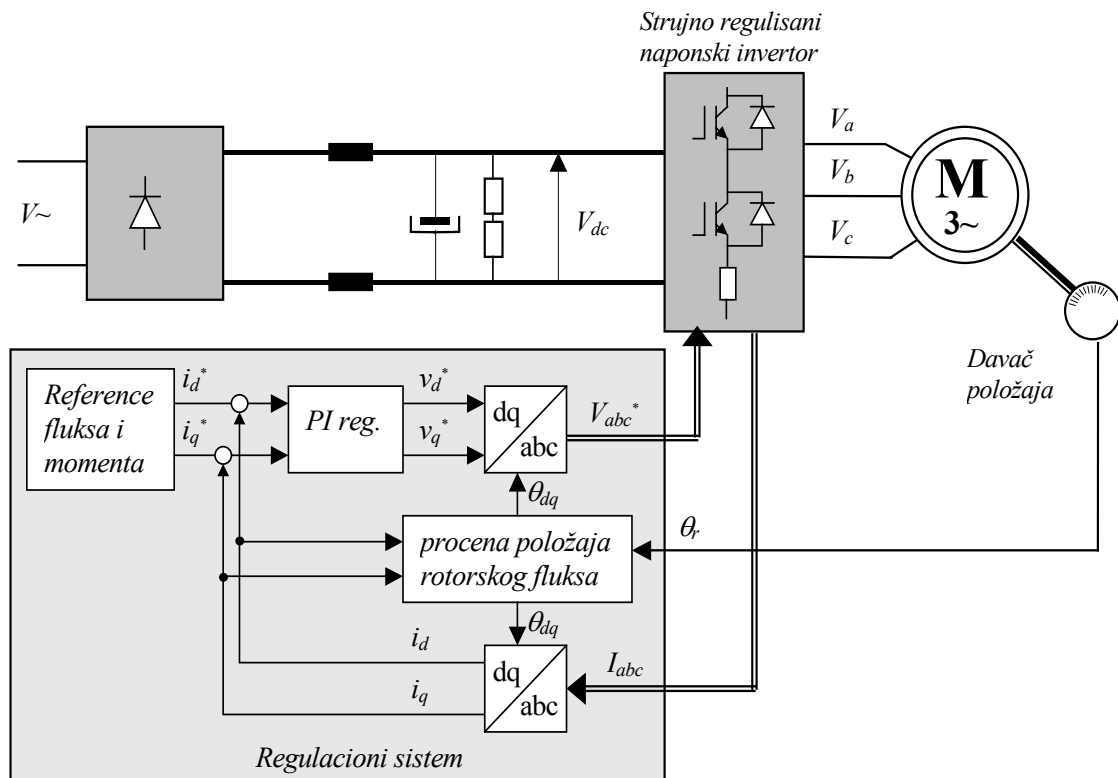


2. Pogon asinhronog motora sa davačem položaja na vratilu

Da bi se ostvarilo optimalno upravljanje asinhronim motorom neophodno je nezavisno upravljati fluksom i ostvarenim elektromagnetnim momentom [C1]. Konture upravljanja ovim veličinama se mogu razdvojiti regulacijom amplitude magnetopobudne sile statora i njenog relativnog položaja u odnosu na vektor fluksa rotora. Magnetopobudnu silu statora je moguće regulisati strujno regulisanim naponskim inverterom (CRVSI-*current regulated voltage source inverter*). Položaj fluksa rotora se proračunava algoritmom indirektnе vektorske kontrole (IFOC-*indirect field oriented control*). Po ovom algoritmu procena položaja se vrši u strujnom modelu rotorskog kola koji na osnovu vektora struje statora i mehaničkog položaja rotora simulira pojave u rotoru motora. Blok šema tipičnog IFOC pogona sa davačem položaja na vratilu data je na slici 2.1.

Iako je asinhroni motor veoma jednostavan po konstrukciji, za opis rada istog je neophodan relativno složen matematički model. U ovom poglavlju je prvo obrađen osnovni model asinhronog motora kao i potrebne transformacije opisanih veličina. Zatim je objašnjena mogućnost umanjena reda ovog modela motora u sklopu pogona koji poseduje CRVSI. Konačno, objašnjen je način raspredanja kontura upravljanja fluksom i elektromagnetnim momentom asinhronog motora.



Sl. 2.1. Šematski prikaz vektorski kontrolisanog asinhronog motora sa strujno regulisanim naponskim inverterom.

2.1. Matematički model asinhronog motora

Matematički model asinhronne mašine se sastoji od diferencijalnih i algebarskih jednačina, kojima se opisuju elektromagnetne i mehaničke pojave u mašini.

U originalnom, trofaznom području, jednačine naponske ravnoteže i fluksnih obuhvata za asinhronu mašinu sa kratkospojenim rotorom u matricnom obliku glase:

$$\begin{aligned}\vec{u}_s &= R_s \vec{i}_s + \frac{d\vec{\psi}_s}{dt}, \\ \vec{u}_r &= R_r \vec{i}_r + \frac{d\vec{\psi}_r}{dt} = \vec{0},\end{aligned}\tag{2.1}$$

$$\begin{aligned}\vec{\psi}_s &= L_s \vec{i}_s + L_{sr} \vec{i}_r, \\ \vec{\psi}_r &= L_{sr}^T \vec{i}_s + L_r \vec{i}_r,\end{aligned}\tag{2.2}$$

gde su

- vektori napona, struja i fluksa, za stator i rotor,

$$\vec{u}_s = \begin{bmatrix} u_{as} \\ u_{bs} \\ u_{cs} \end{bmatrix}, \vec{i}_s = \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix}, \vec{\psi}_s = \begin{bmatrix} \Psi_{as} \\ \Psi_{bs} \\ \Psi_{cs} \end{bmatrix}, \vec{u}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{i}_r = \begin{bmatrix} i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix}, \vec{\psi}_r = \begin{bmatrix} \Psi_{ar} \\ \Psi_{br} \\ \Psi_{cr} \end{bmatrix},\tag{2.3}$$

- R_s i R_r predstavljaju omske otpornosti navojaka statora i rotora.
- matrice induktivnosti statora i rotora i međusobne induktivnosti statora i rotora, korišćene u jednačinama (2.2) i (2.3) su date u (2.4),

$$\begin{aligned}\mathbf{L}_s &= \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} & \mathbf{L}_r &= \begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} \\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} \end{bmatrix} \\ \mathbf{L}_{sr} &= L_{aA} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{2.4}$$

uz:

- L_{aa}, L_{bb}, L_{cc} sopstvene induktivnosti navojaka statora
- L_{AA}, L_{BB}, L_{CC} sopstvene induktivnosti navojaka rotora
- L_{ab}, L_{bc}, L_{ca} međusobne induktivnosti navojaka statora
- L_{AB}, L_{BC}, L_{CA} međusobne induktivnosti navojaka rotora
- θ_r ugao između ose navoja 'a' statora i rotora

Da bi se upotpunio model asinhronne mašine modelovan je njen mehanički podsistem.

$$m_{el} - m_{opt} = J \frac{d\omega_m}{dt} + k_{tr}\omega_m = \frac{J}{p} \frac{d\omega_r}{dt} + \frac{k_{tr}}{p} \omega_r, \quad (2.5.)$$

gde su :

p - broj pari polova, ω_m - mehanička ugaona brzina rotora, ω_r - električna ugaona brzina rotora, J - momenat inercije, k_{tr} - koeficijent trenja i ventilacije, m_{opt} - momenat opterećenja i m_{el} - razvijeni elektromagnetni momenat.

Dobijeni model mašine nije pogodan za analizu. Diferencijalne jednačine modela su nelinearne i kao posledicu okretanja rotora sadrže vremenski promenljive koeficijente. Ove jednačine se mogu rešiti numeričkim metodama ali postupak bi bio dugotrajan i komplikovan.

Dalje uprošćenje modela asinhronne mašine je moguće. Konstrukcija mašine i njeno električno napajanje čine da u svakom od namota postoje samo dve nezavisno promenljive struje i dva nezavisno promenljiva fluksa. Ukoliko se eliminiše jedna redundandna veličina, dobija se ekvivalentna dvofazna asinhrona mašina [B3]. Matrične transformacije koje postižu efekat raspreszanja i eliminišu vremensku zavisnost matrica induktivnosti spadaju u grupu transformacija raspreszanja i obrađene su u literaturama [B1] i [B2]. Jedan od načina za prelaz statorskih i rotorskih veličina iz originalnog trofaznog abc područja u ekvivalentno dvofazno $\alpha\beta$ područje dat je jednačinama (2.6) - (2.9).

$$[C]_s = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}, \quad (2.6.)$$

$$[C]_r = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r + 2\pi/3) & \cos(\theta_r + 4\pi/3) \\ \sin(\theta_r) & \sin(\theta_r + 2\pi/3) & \sin(\theta_r + 4\pi/3) \end{bmatrix}, \quad (2.7.)$$

$$\vec{i}_{\alpha\beta_s} = \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{bmatrix} = [C]_s \vec{i}_s, \quad \vec{u}_{\alpha\beta_s} = \begin{bmatrix} u_{\alpha s} \\ u_{\beta s} \end{bmatrix} = [C]_s \vec{u}_s, \quad \vec{\psi}_{\alpha\beta_s} = \begin{bmatrix} \Psi_{\alpha s} \\ \Psi_{\beta s} \end{bmatrix} = [C]_s \vec{\psi}_s, \quad (2.8.)$$

$$\vec{i}_{\alpha\beta_r} = \begin{bmatrix} i_{\alpha r} \\ i_{\beta r} \end{bmatrix} = [C]_r \vec{i}_r, \quad \vec{u}_{\alpha\beta_r} = \begin{bmatrix} u_{\alpha r} \\ u_{\beta r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{\psi}_{\alpha\beta_r} = \begin{bmatrix} \Psi_{\alpha r} \\ \Psi_{\beta r} \end{bmatrix} = [C]_r \vec{\psi}_r. \quad (2.9.)$$

Jednačine električnog podsistema u $\alpha\beta$ području glase:

$$\begin{aligned} u_{\alpha s} &= R_s i_{\alpha s} + \frac{d\Psi_{\alpha s}}{dt} & 0 &= R_r i_{\alpha r} + \frac{d\Psi_{\alpha r}}{dt} + \omega_r \Psi_{\beta r} \\ u_{\beta s} &= R_s i_{\beta s} + \frac{d\Psi_{\beta s}}{dt} & 0 &= R_r i_{\beta r} + \frac{d\Psi_{\beta r}}{dt} - \omega_r \Psi_{\alpha r} \end{aligned} \quad (2.10.)$$

Fluksni obuhvati iznose:

$$\begin{aligned} \Psi_{\alpha s} &= L_s i_{\alpha s} + L_m i_{\alpha r} & \Psi_{\alpha r} &= L_r i_{\alpha r} + L_m i_{\alpha s} \\ \Psi_{\beta s} &= L_s i_{\beta s} + L_m i_{\beta r} & \Psi_{\beta r} &= L_r i_{\beta r} + L_m i_{\beta s} \end{aligned} \quad (2.11.)$$

Parametri induktivnosti korišćeni u (2.11), L_s - induktivnost statora, L_r - induktivnost rotora, L_m – međusobna induktivnost rotora i statora, nisu više zavisni od vremena i predstavljaju konstante veličine.

Analiza i kontrola rada asinhronne mašine u $\alpha\beta$ stacionarnom koordinatnom sistemu je i dalje ograničena činjenicom da su sve promenljive u tranzijentnom ali i u stacionarnom režimu rada prostoperiodične veličine. Pri konstantnoj brzini i opterećenju mašine ugaona učestanost svih veličina jednaka je učestanosti obrtnog polja. Konstantne vrednosti napona, struja i flukseva u stacionarnom režimu se mogu dobiti korišćenjem obrtne transformacije. Ovom transformacijom se veličine iz stacionarnog $\alpha\beta$ prenose u dq koordinatni sistem koji rotira sinhrono sa poljem ugaonom brzinom ω_{dq} . Transformacija obrtanja za vektor $\vec{X}_{\alpha\beta}$ glasi:

$$\vec{X}_{dq} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{dq} & \sin \theta_{dq} \\ -\sin \theta_{dq} & \cos \theta_{dq} \end{bmatrix} \vec{X}_{\alpha\beta}, \quad \theta_{dq} = \theta_{dq}(0) + \int_0^t \omega_{dq} dt. \quad (2.12.)$$

Jednačine električnog podsistema u sinhrono rotirajućem koordinatnom sistemu glase:

$$\begin{aligned} u_{ds} &= R_s i_{ds} + \frac{d\Psi_{ds}}{dt} - \omega_{dq} \Psi_{qs}, \\ u_{qs} &= R_s i_{qs} + \frac{d\Psi_{qs}}{dt} + \omega_{dq} \Psi_{ds}, \end{aligned} \quad (2.13.)$$

$$\begin{aligned} 0 &= R_r i_{dr} + \frac{d\Psi_{dr}}{dt} - (\omega_{dq} - \omega_r) \Psi_{qr}, \\ 0 &= R_r i_{qr} + \frac{d\Psi_{qr}}{dt} + (\omega_{dq} - \omega_r) \Psi_{dr}. \end{aligned} \quad (2.14.)$$

Ovim diferencijalnim jednačinama treba dodati i algebarske jednačine koje povezuju fluksne obuhvate i struje date u (2.15).

$$\begin{aligned} \Psi_{ds} &= L_s i_{ds} + L_m i_{dr} & \Psi_{dr} &= L_r i_{dr} + L_m i_{ds} \\ \Psi_{qs} &= L_s i_{qs} + L_m i_{qr} & \Psi_{qr} &= L_r i_{qr} + L_m i_{qs} \end{aligned} \quad (2.15.)$$

Ilustracija transformacije originalnih faznih namota na ekvivalentne namote u rotirajućem dq sistemu koordinatnih osa data je na slici 2.2. Na slici su naznačeni sledeći ugaoni pomeraji:

$$\begin{aligned} \theta_{dq} & - \text{ugao između referentne ose i statora,} \\ \theta_r & - \text{ugao između rotora i statora,} \\ \theta_k & - \text{ugao između referentne ose i rotora.} \end{aligned}$$

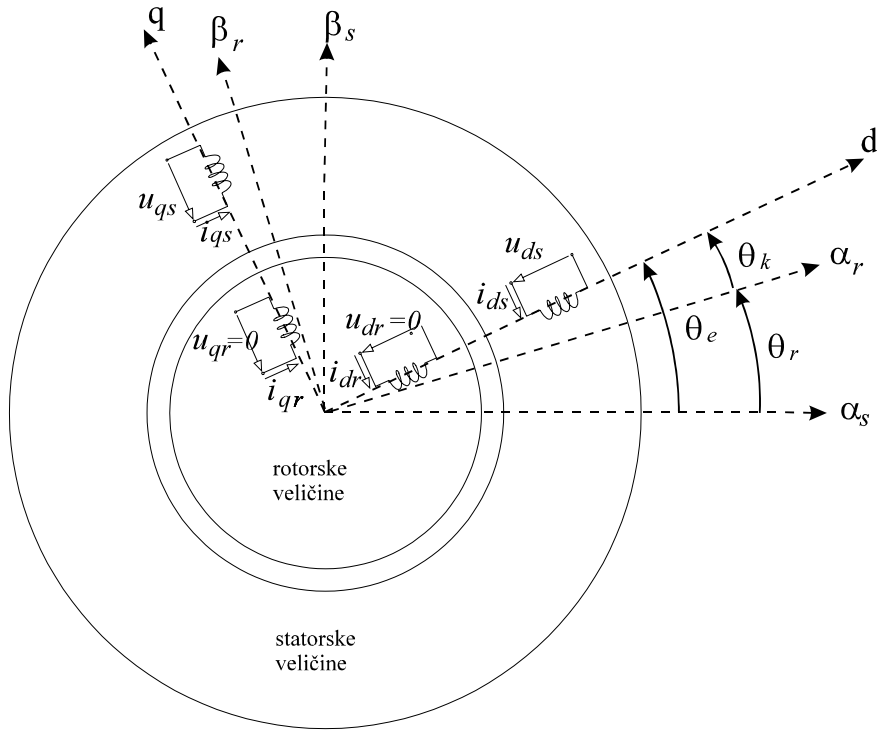
Njihova veza data je sledećom relacijom:

$$\theta_k = \theta_{dq} - \theta_r, \quad (2.16.)$$

$$\theta_r = \theta_r(0) + \int_0^t \omega_r dt \quad \theta_{dq} = \theta_{dq}(0) + \int_0^t \omega_{dq} dt, \quad (2.17.)$$

gde je

$$\begin{aligned} \omega_{dq} & - \text{električna ugaona brzina sistema referentnih osa,} \\ \omega_r & - \text{električna ugaona brzina rotora.} \end{aligned}$$



Sl. 2.2. Šematski prikaz trofazne asinhronne mašine u dq području.

Elektromagnetni momenta se može izraziti preko veličina u dq sistemu:

$$m_{el} = \frac{3}{2} p (\Psi_{ds} i_{qs} - \Psi_{qs} i_{ds}) = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} (\Psi_{dr} i_{qs} - \Psi_{qr} i_{ds}). \quad (2.18.)$$

2.2. Redukovani model asinhronog motora napajanog iz strujno regulisanog naponskog invertora

Prethodno opisani model asinhronne mašine je moguće izgraditi na osnovu različitih promenjivih stanja. Kada pogon poseduje strujno regulisani naponski invertor (CRVSI) pogodno je za promenjive stanja odabrati upravo vektor struje statora i vektor fluksa rotora. Jednačine naponskog balansa namotaja statora i rotora, kao i jednačine fluksnih obuhvata, izražene preko kompleksnih vektora napona, struja i flukseva glase:

$$\vec{u}_s = R_s \vec{i}_s + \frac{d\vec{\psi}_s}{dt} + j\omega_{dq} \vec{\psi}_s,$$

$$0 = R_r \vec{i}_r + \frac{d\vec{\psi}_r}{dt} + j(\omega_{dq} - \omega_r) \vec{\psi}_r, \quad (2.19.)$$

$$\vec{\psi}_s = L_s \vec{i}_s + L_m \vec{i}_r \quad \vec{\psi}_r = L_m \vec{i}_s + L_r \vec{i}_r, \quad (2.20.)$$

gde su: $\vec{u}_s = \begin{bmatrix} u_{ds} \\ u_{qs} \end{bmatrix}$, $\vec{i}_s = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix}$ i $\vec{\psi}_r = \begin{bmatrix} \Psi_{dr} \\ \Psi_{qr} \end{bmatrix}$ vektori napona i struje statora i fluksa rotora.

Korišćenjem sledećih jednakosti:

$$\vec{i}_r = \frac{\vec{\psi}_r - L_m \vec{i}_s}{L_r}, \quad \vec{\psi}_s = L_\sigma \vec{i}_s + \frac{L_m}{L_r} \vec{\psi}_r, \quad \frac{d\vec{\psi}_r}{dt} = -R_r \vec{i}_r - j(\omega_{dq} - \omega_r) \vec{\psi}_r,$$

kompleksne jednačine mašine postaju:

$$T_\sigma \frac{d\vec{i}_s}{dt} + \vec{i}_s = -j\omega_{dq} T_\sigma \vec{i}_s + \frac{k_r}{R_\sigma T_r} (1 - j\omega_r T_r) \vec{\psi}_r + \frac{1}{R_\sigma} \vec{u}_s, \quad (2.21.)$$

$$T_r \frac{d\vec{\psi}_r}{dt} + \vec{\psi}_r = -j(\omega_{dq} - \omega_r) T_r \vec{\psi}_r + L_m \vec{i}_s, \quad (2.22.)$$

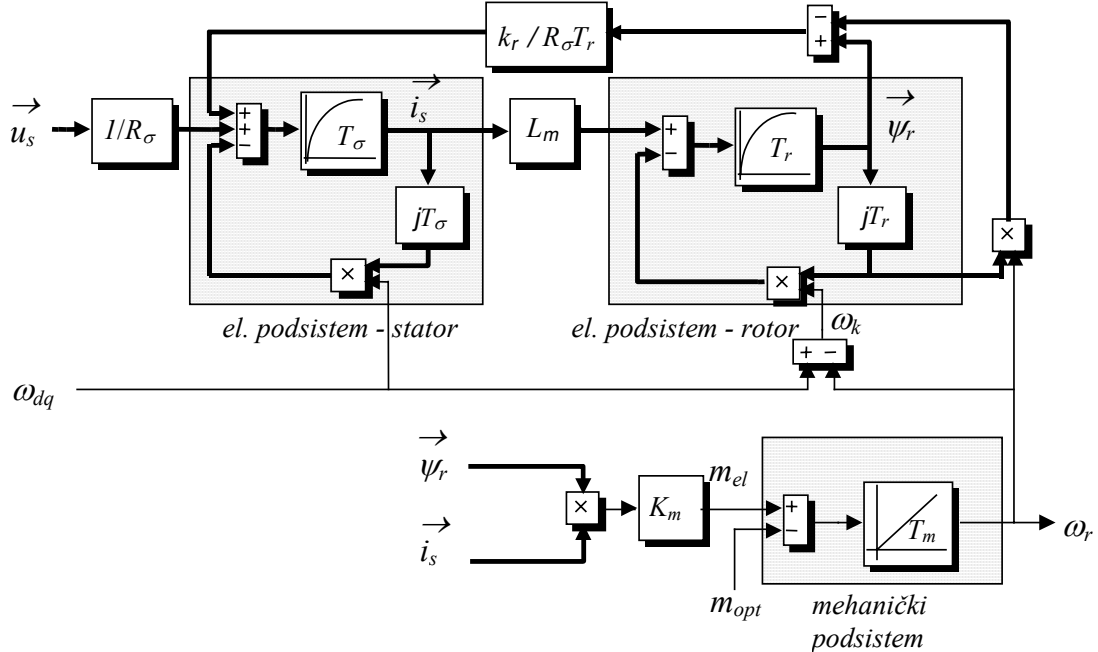
gde su: $T_r = \frac{L_r}{R_r}$, $T_\sigma = \frac{L_\sigma}{R_\sigma}$, $L_\sigma = L_s (1 - \frac{L_s L_r}{L_m^2})$, $R_\sigma = R_s + R_r k_r^2$, $k_r = \frac{L_m}{L_r}$.

Jednačina mehaničkog podsistema je data sa

$$T_m \frac{d\omega_r}{dt} + \omega_r = \frac{3}{2p} \frac{L_m}{L_r} (\vec{\psi}_r \times \vec{i}_s) - m_{opt}, \quad (2.23.)$$

u kojoj je elektromagnetni momenat prikazan kao vektorski proizvod fluksa rotora i struje statora.

Blok dijagram toka kompleksnih signala u ovom modelu je prikazan na slici 2.3. Sličan model prikazan je i u literaturi [B4].



Sl. 2.3. Kompleksni model asinhronne mašine sa vektorima struje statora i fluksa rotora kao promenljivima stanja

U prikazanom modelu asinhronog motora jasno su razdvojena tri podsistema, dva električna i jedan mehanički. Blok $k_r / R_\sigma T_r$ predstavlja povratnu spregu rotora na stator i aktivan je samo kada je brzina rotora različita od nule.

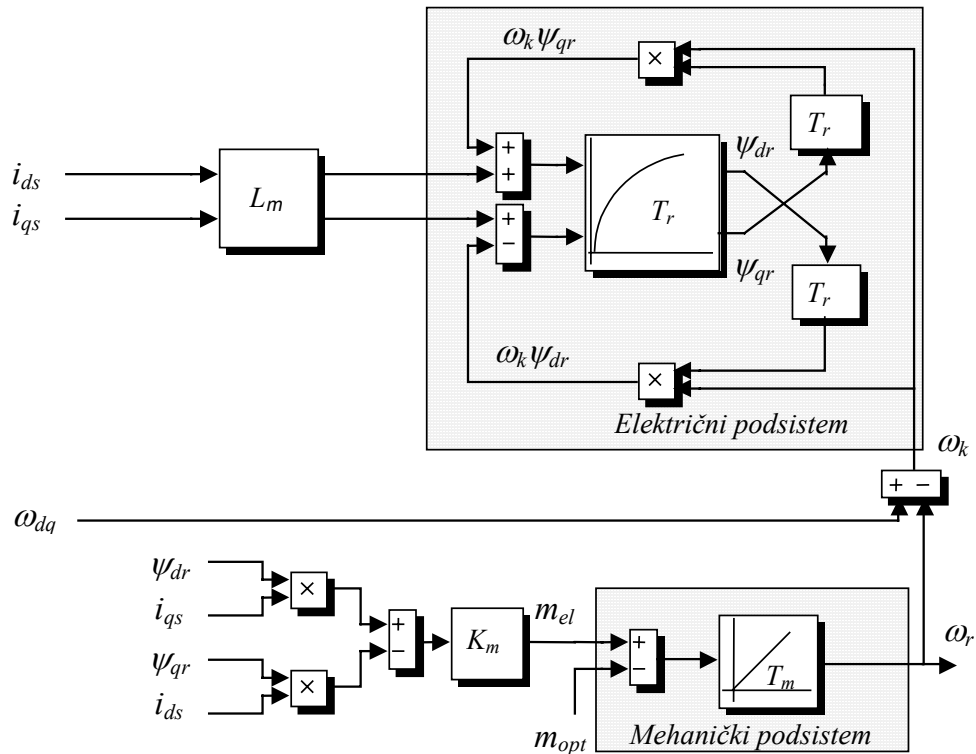
Električni podsistem jednačina statora je uglavnom povezan sa modelovanjem CRVSI, [B5], [B6]. Zadatak CRVSI je da obezbedi takav vektor napona statora da, nezavisno od parametara i režima u kome motor operiše, struje statora budu bliske ili jednake zadatim. Ukoliko modelovanje rada CRVSI nije od interesa, moguće je uprostiti model na slici 2.3. Merene struje statora je moguće koristiti direktno na ulazu modela rotorskog dela. Time se automatski eliminiše potreba za rešavanjem jednačina naponskog balansa statora.

Eliminacijom jednačina naponskog balansa statora model električnog podsistema se redukuje i svodi samo na jednu vektorsku jednacinu (2.22). Rasprezanjem (2.22) na obe ose dobija se (2.24). Izraz za ostvareni elektromagnetni momenat je takođe uključen u model:

$$\begin{aligned} T_r \frac{d\psi_{dr}}{dt} + \psi_{dr} &= +\omega_k T_r \psi_{qr} + L_m i_{ds}, \\ T_r \frac{d\psi_{qr}}{dt} + \psi_{qr} &= -\omega_k T_r \psi_{dr} + L_m i_{qs}, \\ m_{el} &= \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} [\psi_{dr} i_{qs} - \psi_{qr} i_{ds}], \end{aligned} \quad (2.24.)$$

gde je učestanost klizanja $\omega_k = \omega_{dq} - \omega_r$.

Redukovani model asinhronog motora je prikazan na slici 2.4. Zadavanjem odgovarajućih referentnih veličina CRVSI moguće je u mašinu utisnuti željeni kompleksni vektor ulaznih struja statora (\vec{i}_s), na željenoj učestanost pobudnog polja (ω_{dq}). Ukoliko je poznata učestanost rotora (obezbedjeno merenje ili procena te veličine) kontrolom učestanosti pobudnog polja se praktično kontroliše učestanost klizanja ω_k . Za promenjivu stanja i dalje je zadržan vektor rotorskog fluksa ($\vec{\psi}_r$). I dalje važi jednačina mehaničkog podsistema (2.23).



Sl. 2.4. Redukovani model mašine uz vektor fluksa rotora kao promenjivu stanja.

Kao direktna posledica merenja i kontrole vektora struje statora električni podsistem modela mašine je redukovan na samo dve jednačine i opis pojava u asinhronoj mašini je vidno uprošćen. Time i dalje nije obezbeđeno raspregnuto upravljanje fluksom i elektromagnetnim momentom, promena q komponente struje statora i dalje izaziva promenu fluksa rotora i nije linearno povezana sa promenom momenta. Da bi se ove dve upravljačke konture raspregnule, dodatni proračuni u kontroleru su neophodni.

2.3. Indirektna procena položaja rotorskog fluksa

Strujno regulisani naponski inverter pored amplitude statorskih struja kontroliše i učestanost obrtnog polja statora. Ukoliko se poznaje električna učestanost rotora jasno je da je moguće kontrolisati i učestanost klizanja.

Sistem jednačina (2.24) pokazuje da unapred izračunata učestanosti klizanja:

$$\omega_k = \frac{L_m i_{qs}}{T_r \psi_{dr}}, \quad (2.25.)$$

vremenom uzrokuje potpuni nestanak fluksa rotora u q osi:

$$T_r \frac{d\psi_{qr}}{dt} + \psi_{qr} = 0. \quad (2.26.)$$

Time se amplituda rotorskog fluksa definiše samo na osnovu komponente u d osi:

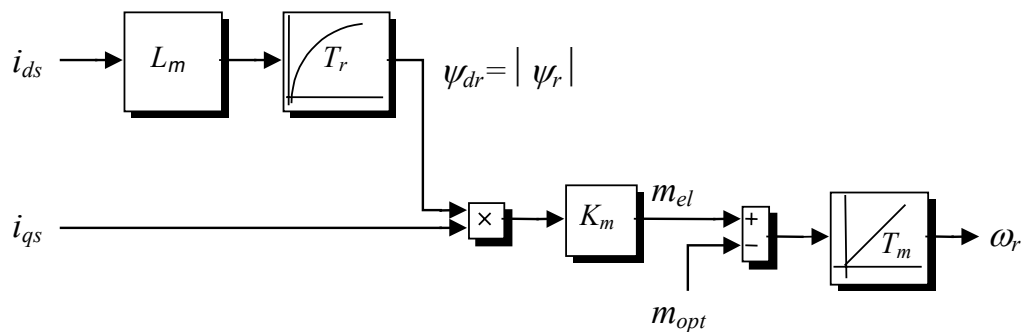
$$T_r \frac{d\psi_{dr}}{dt} + \psi_{dr} = L_m i_{ds}, \quad (2.27.)$$

i moguće ju je nezavisno kontrolisati promenom d komponente struje statora.

U isto vreme, elektromagnetni momenat je moguće kontrolisati nezavisno, kontrolom q komponente struje statora:

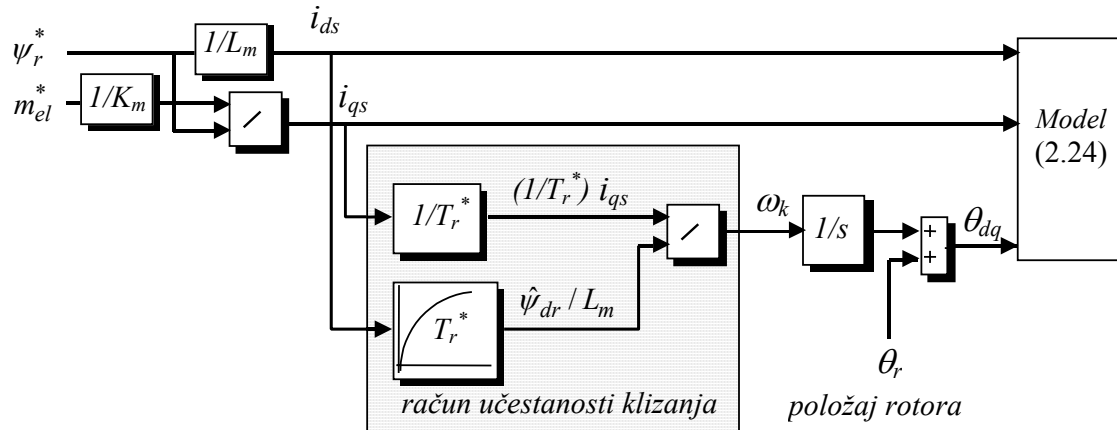
$$m_{el} = K_m \psi_{dr} i_{qs}, \quad K_m = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r}. \quad (2.28.)$$

Ovim su konture upravljanja fluksom i el. momentom raspregnute i moguće je optimalno upravljati asinhronim motorom. Unapred izračunatim klizanjem (2.25) i kontrolom amplitude rotorskog fluksa (2.27) opis pojava u asinhronoj mašini se znatno uprošćuje (slika 2.5).



Sl. 2.5. Redukovani model asinhronne mašine uz kontrolu učestanosti klizanja.

Da bi se ostvarilo raspregnuto upravljanje amplitudom fluksa rotora i ostvarenim elektromagnetnim momentom asinhronog motora neophodno je: poznavati položaj rotora, posedovati CRVSI kojim je u svakom trenutku moguće u mašinu utisnuti vektor struje statora željene amplitude i pozicije. Takođe je neophodno vršiti proračun učestanosti klizanja (2.25) i procenu amplitude fluksa rotora (2.27). Sa druge strane, na osnovu zadatih vrednosti fluksa rotora i elektromagnetnog momenta proračunavaju se potrebne zadate vrednosti komponenti vektora struje statora. Sve pomenuto je praktično inverzija modela rotorskog kola datog na slici 2.5 i prikazana je na slici 2.6.



Sl. 2.6. Indirektna procena vektora rotorskog fluksa u pogonu sa davačem pozicije

Modelom prikazanim na slici 2.6 kontroler pogona u realnom vremenu simulira pojave u rotoru mašine. Ukoliko je ova simulacija tačna, položaj vektora rotorskog fluksa se tačno procenjuje i ostvareno je nezavisno upravljanje fluksom i momentom motora. U prikazanom modelu se koristi parametar vremenske konstante rotora T_r^* na čiju grešku je rad modela veoma osetljiv. Ukoliko parametar T_r^* koji se koristi u modelu nije u skladu sa stvarnom vremenskom konstantnom rotora $T_r = L_r/R_r$ dolazi do greške u proceni položaja rotorskog fluksa. Tada konture upravljanja fluksom i momentom nisu više raspregnute i ne važi model prikazan na slici 2.5. Da bi se pojave u motoru tačno opisale za sve moguće vrednosti parametra T_r^* neophodno je koristiti model rotorskog kola prikazan na slici 2.4.