

4. Model malih signala za pogon sa davačem položaja na vratilu

U ovom poglavlju je izvršena analiza dinamičkog režima rada vektorski upravljano pogona sa asinhronim motorom i davačem položaja na vratilu. Posebno je analiziran uticaj greške u parametru vremenske konstante rotora, kao kritičnog parametra ovog pogona. Prilikom ove analize je uzeto u obzir da u realnom slučaju ne postoji stacionarno stanje i da su uvek prisutne male promene kako ulaznih signala tako i stanja pogona. Ovi mali signali predstavljaju varijacije signala u odnosu na ustaljenu vrednost koja opisuje radnu tačku i imaju drugačiju dinamiku. Prvi važan rezultat analitičkih razmatranja datih u ovom poglavlju je model za male signale koji opisuje tu dinamiku i važi za većinu uslova rada pogona. Ovaj model može poslužiti za opis prelaznih procesa ali i za modelovanje propagacije malih signala kroz pogon u okolini stacionarne radne tačke. Slična analiza je izvršena u radovima [A2] i [D1], ali je razmatran rad pogona samo tokom tranzijenata. U ovom poglavlju je takođe pokazano da analiza prenosa malih signala kroz pogon može doneti niz korisnih informacija o stanjima i parametrima asinhronog motora. Posebno je izdvojena funkcija prenosa momenta čiji parametri nose informaciju o vremenskoj konstanti rotora i čija identifikacija predstavlja značajan korak ka proceni vrednosti istog parametra.

4.1. Redukovani model pogona za male signale

Posmatra se IFOC pogon sa davačem pozicije na vratilu u okolini jedne stacionarne radne tačke. Delovanje zatvorene povratne sprege održava ostvarenu mehaničku brzinu rotora u okolini referentne vrednosti. Da bi se ovo ostvarilo, srednja vrednost razvijenog elektromagnetnog momenta postaje jednaka srednjoj vrednosti momenta opterećenja. Pogon radi u oblasti konstantnog momenta i zadata je nominalna vrednost fluksa rotora. U opštem slučaju parametar vremenske konstante rotora nije tačan i moguća je nepoželjna sprega kontura regulacije fluksa i momenta. Ukoliko ova greška postoji ustaljena vrednost fluksa rotora će se razlikovati od zadate i dolazi do promene statičkog pojačanja momenta.

U toku rada pogona uvek su prisutne male promene u signalu razvijenog momenta. Male promene zadanog elektromagnetnog momenta mogu nastati usled delovanja regulatora brzine ili pozicije. Pomenute promene u zadanom momentu mogu nastati i u 'stacionarnom stanju' i posledica su reakcije regulatora na *jitter* signala brzine, procenjenog na osnovu signala pozicije sa konačnom dužinom digitalne reči. Pored varijacije u zadanosti vrednosti, male promene u razvijenom el. momentu se mogu očekivati i usled nasavršenosti rada strujnih regulatora, konačne dužine reči strujnih A/D konvertora, postojanja mernog šuma, greške u signalu pozicije *etc.*

Slična situacija je sa ostvarenim komponentama rotorskog fluksa. Usled delovanja regulatora moguće je očekivati male promene u signalu zadanog fluksa. Male promene ostvarenih komponenti fluksa rotora su moguće i usled nesavršenosti rada strujnih regulatora ali su uglavnom filtrirane na visokim učestanostima.

Na osnovu prethodno izloženog, jasno je da realan pogon nikad nije u stacionarnom stanju. U svakom trenutku rada pogona signali vektora struje statora, kao i izračunata učestanost klizanja, se mogu opisati na sledeći način:

$$\begin{aligned} i_{ds}(t) &= I_{dso} + \Delta i_{ds}(t) \\ i_{qs}(t) &= I_{qso} + \Delta i_{qs}(t) \\ \omega_k(t) &= \omega_{ko} + \Delta \omega_k(t) \end{aligned} \quad (4.1)$$

gde su:

$$\begin{array}{ll} I_{dso}, I_{qso} \text{ i } \omega_{ko} & \text{usrednjene vrednosti signala, koje definišu radnu tačku,} \\ \Delta i_{ds}(t), \Delta i_{qs}(t) \text{ i } \Delta \omega_k(t) & \text{odstupanja signala od usrednjenih vrednosti, ili mali signali.} \end{array}$$

Sve veličine su definisane u sinhrono rotirajućem sistemu osa. Time je omogućeno jasno izdvajanje stacionarne vrednosti veličine njenim usrednjavanjem u vremenu.

Električni deo modela za male signale treba da opiše vezu između malih veličina opisanih u (4.1) i promena stanja i izlaznih veličina pogona. Tačnije, od interesa je modelovati promene komponenti fluksa rotora i promene u razvijenom elektromagnetnom momentu. Pošto je u pogonu obezbeđeno merenje struja nema potrebe modelovati prolaz malih promena zadatih struja kroz strujno regulisani inverter. Nadalje, korišćenjem merenih struja zadovoljene su i jednačine naponskog balansa u namotajima statora tako da ih ne treba rešavati. Navedeno omogućuje umanjjenje reda električnog podsistema modela za male signale. Mehanički podsistem modela modeluje propagaciju malih signala el. momenta ka malim promenama brzine i pozicije rotora.

Da bi se izgradio model za male signale, prvo je neophodno definisati radnu tačku. Radna tačka pogona u čijoj okolini se analiziraju promene signala, može se odrediti na osnovu redukovano modela IFOC pogona, obrađenog u poglavlju 2.2. Stacionarne vrednosti signala fluksa rotora i ostvarenog el. momenta moraju zadovoljiti sledeće jednačine:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_r} \Psi_{dr0} - \omega_{k0} \Psi_{qr0} &= \frac{1}{T_r} L_m I_{ds0} , \\ \frac{1}{T_r} \Psi_{qr0} + \omega_{k0} \Psi_{dr0} &= \frac{1}{T_r} L_m I_{qs0} , \\ m_{elo} = m_{opt} &= \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} [\Psi_{dr0} I_{qs0} - \Psi_{qr0} I_{ds0}] , \end{aligned} \quad (4.2)$$

gde su Ψ_{dr0} , Ψ_{qr0} i m_{elo} ustaljene vrednosti komponenti fluksa rotora i ustaljena vrednost signala elektromagnetnog momenta date u sinhronom dq sistemu osa.

Ukoliko se, u okolini rešenja sistema datog u (4.2), dozvole male promene komponenti fluksa rotora, kao i mala promena elektromagnetnog momenta,

$$\Delta \Psi_{dr} = \Psi_{dr} - \Psi_{dr0} , \Delta \Psi_{qr} = \Psi_{qr} - \Psi_{qr0} , \Delta m_{el} = m_{el} - m_{elo} , \quad (4.3)$$

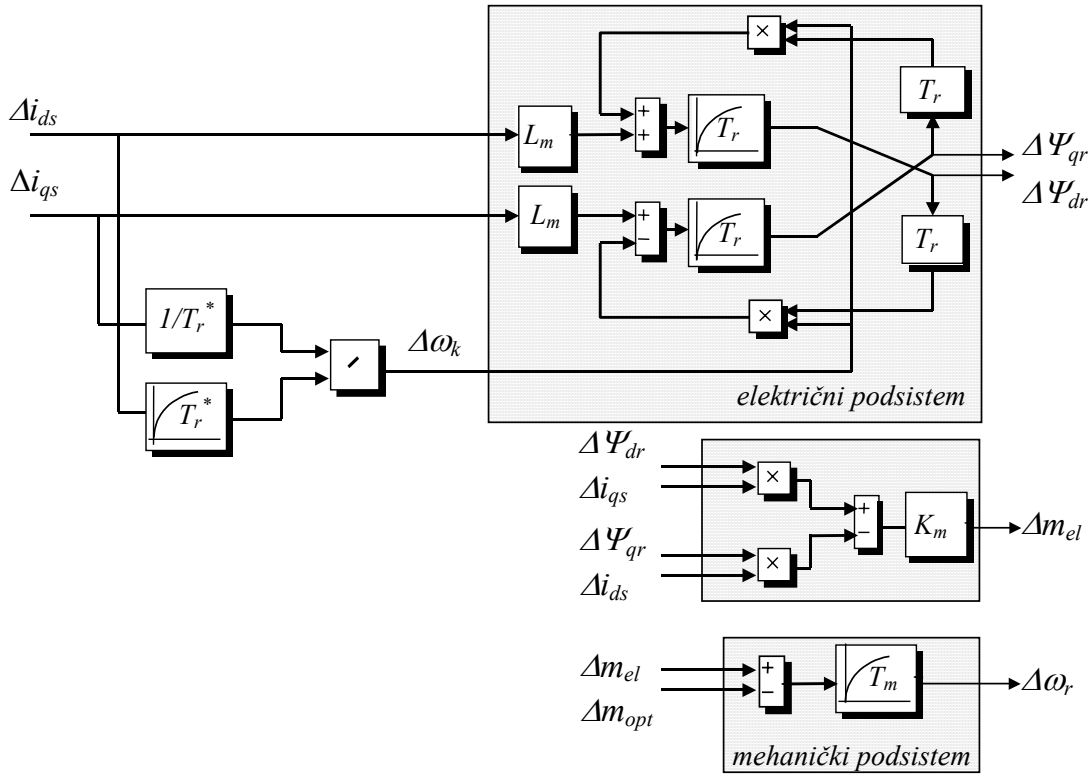
tada se veza tih promena sa promenama na ulazu (4.1) može opisati sistemom jednačina datim u (4.4). Ovaj sistem jednačina predstavlja model za male signale električnog podsistema asinhronog motora.

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_r} \Delta \Psi_{dr} + \frac{d\Delta \Psi_{dr}}{dt} - \omega_{k0} \Delta \Psi_{qr} - \Delta \omega_k \Psi_{qr0} - \Delta \omega_k \Delta \Psi_{qr} &= \frac{1}{T_r} L_m \Delta i_{ds}, \\ \frac{1}{T_r} \Delta \Psi_{qr} + \frac{d\Delta \Psi_{qr}}{dt} + \omega_{k0} \Delta \Psi_{dr} + \Delta \omega_k \Psi_{dr0} + \Delta \omega_k \Delta \Psi_{dr} &= \frac{1}{T_r} L_m \Delta i_{qs}. \end{aligned} \quad (4.4.)$$

$$\Delta m_{el} = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} \left[\Psi_{dr0} \Delta i_{qs} + I_{qs0} \Delta \Psi_{dr} + \Delta i_{qs} \Delta \Psi_{dr} - \Psi_{qr0} \Delta i_{ds} - I_{ds0} \Delta \Psi_{qr} + \Delta i_{ds} \Delta \Psi_{qr} \right]$$

$$T_m \frac{d\Delta \omega_r}{dt} + \Delta \omega_r = \Delta m_{el} - \Delta m_{opt}$$

Ovaj model je dobijen na osnovu (2.24) i (4.3) i eliminacijom radne tačke date sa (4.2). Dobijeni model za male signale prikazan je i na slici 4.1.



Sl. 4.1. Model za male signale IFOC pogona.

Model za male signale ima jednaki broj ulaza, stanja i izlaza kao i redukovani model za velike signale opisan u poglavlju 2.2. Na slici 4.1 su prikazani:

- dva nezavisna ulaza u malim promenama struje statora Δi_{ds} i Δi_{qs} ,
- promena učestanosti klizanja $\Delta \omega_k$ kao treći ulaz je prikazana zavisno od prva dva,
- dve promenljive stanja, promene fluksa rotora u d i q osi, $\Delta \Psi_{dr}$ i $\Delta \Psi_{qr}$,
- promena elektromagnetnog momenta (Δm_{el}) predstavlja izlaz električnog podsistema,
- mala promena brzine je izlaz mehaničkog podsistema.

Dat model za male signale je nelinearan. Model je moguće linearizovati ako se zanemare male veličine drugog reda, $\Delta \omega_k \Delta \Psi_{dr} \approx 0$ i $\Delta \omega_k \Delta \Psi_{qr} \approx 0$. Ovo je opravdano samo za relativno

male signale i ograničavajući je faktor primene rezultata analize date u sledećim poglavljima. Rezultati simulacija prikazani u poglavlju 6 kao i praktični rezultati jasno ukazuju na limite primene linearizovanog modela za male signale pogona asinhronog motora.

Po modelu prikazanom na slici 4.1 prikazana su dva nezavisna ulaza Δi_{ds} i Δi_{qs} dok je treći ulaz, učestanost klizanja $\Delta \omega_k$, prikazan kao zavisna veličina. Ovo je uobičajen slučaj u IFOC pogonu, ali time model za male signale može izgubiti na opštosti ali i na preciznosti. Iz tog razloga je u ovom poglavlju dat i model sa $\Delta \omega_k$ kao nezavisnom veličinom, koji dozvoljava promenu učestanost klizanja na osnovu merenih ali isto tako i na osnovu zadatih struja. Ovaj model je i precizniji, jer premošćava nelinearnu vezu između malih promene učestanosti klizanja i malih promenama struje d ose statora.

U sledećem poglavlju biće razmatran linearizovan sistem jednačina za male signale i analizirane parcijalne funkcije prenosa sa strujama statora Δi_{ds} i Δi_{qs} kao ulazima, ka malim promenama rotorskog fluksa d i q ose i el. momenta kao izlazima.

U trećem poglavlju je opisan drugačiji pristup analize promena komponenti fluksa rotora i elektromagnetnog momenta. Smatra se da je učestanost klizanja ($\Delta \omega_k$) nezavisna promenljiva i treći ulaz u model za male signale. Ovaj pristup uvećava dimenziju pretpostavljenog modela ali uvećava njegovu opštost i donosi niz prednosti pri identifikaciji njegovih parametara.

4.2. Model za male signale sa komponentama struje statora kao ulazima

4.2.1. Linearizacija redukovano modela mašine za male signale sa promenama komponenti struje statora kao ulaznim promenljivama

Model rotorskog kola dat jednačinama (4.4) ima tri ulaza u malim promenama komponenti vektora struje statora i maloj promeni učestanosti klizanja.

U vektorski upravljanoj pogonu sa IFOC strukturom zadata učestanost klizanja se kontroliše i zavisi od vrednosti komponenti struje statora. Isto važi i za njene male promene ($\Delta \omega_k$). Ovu zavisnost je moguće linearizovati za male signale. Superpozicijom linearizovanih parcijalnih funkcija u okolini radne tačke,

$$\begin{aligned} \Delta \omega_k &= \left. \frac{\Delta \omega_k}{\Delta i_{qs}} \right|_{\Delta i_{ds}=0} \cdot \Delta i_{qs} + \left. \frac{\Delta \omega_k}{\Delta i_{ds}} \right|_{\Delta i_{qs}=0} \cdot \Delta i_{ds} \\ &= \frac{1}{T_r^* I_{dso}} \cdot \Delta i_{qs} - \frac{1}{T_r^*} \frac{I_{qso}}{(I_{dso})^2} \frac{1}{sT_r^* + 1} \cdot \Delta i_{ds} \end{aligned} \quad (4.5.)$$

za $\Delta \omega_k$ promenu se dobija:

$$\Delta \omega_k = \frac{\omega_{ko}}{I_{qso}} \cdot \Delta i_{qs} - \frac{\omega_{ko}}{I_{dso}} \frac{1}{sT_r^* + 1} \cdot \Delta i_{ds} \quad (4.6.)$$

Uz usvajanje $\Delta \omega_k$ kao zavisne promenljive i uz zanemarenje malih veličina drugog reda ($\Delta \omega_k \Delta \Psi_{dr} \approx 0$, $\Delta \omega_k \Delta \Psi_{qr} \approx 0$) u (4.4), za linearizovani model malih signala se dobija:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{T_r} \Delta \Psi_{dr} + \frac{d\Delta \Psi_{dr}}{dt} - \omega_{k0} \Delta \Psi_{qr} - \Delta \omega_k \Psi_{qr0} &= \frac{1}{T_r} L_m \Delta i_{ds} \\
\frac{1}{T_r} \Delta \Psi_{qr} + \frac{d\Delta \Psi_{qr}}{dt} + \omega_{k0} \Delta \Psi_{dr} + \Delta \omega_k \Psi_{dr0} &= \frac{1}{T_r} L_m \Delta i_{qs} \\
\Delta m_{el} &= \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} [\Psi_{dr0} \Delta i_{qs} + I_{qs0} \Delta \Psi_{dr} - \Psi_{qr0} \Delta i_{ds} - I_{ds0} \Delta \Psi_{qr}]
\end{aligned} \tag{4.7}$$

U modelu datom sistemom jednačina (4.7) zavisnost promene učestanosti klizanja je relativno složena (4.6). Ova složena zavisnost se može izbeći razdvojenom analizom pojedinih parcijalnih funkcija ovog modela.

4.2.2. Linearizovane parcijalne funkcije prenosa promene zadatog momenta uz učestanost klizanja kao zavisnu promenljivu

Parcijalna funkcija prenosa momenta ima veliki praktičan značaj. Većina instalisanih pogona radi bez potrebe za slabljenjem polja i zadržava nepromenjenu vrednost zadate struje d ose statora. Sa druge strane, u cilju održavanja brzine rotora, dolazi do malih promena zadatog momenta koje izazivaju varijacije u signalu struje q ose statora. U ovom poglavlju se upravo razmatra funkcija prenosa prvog ulaza (Δi_{qs}) modela rotorskog kola ka njegovim izlazima $\Delta \Psi_{dr}$, $\Delta \Psi_{qr}$ i Δm_{el} . Razmatra se slučaj u kome važi:

$$\Delta i_{qs} \neq 0 \quad \wedge \quad \Delta i_{ds} = 0. \tag{4.8}$$

U datom slučaju promena učestanosti klizanja je povezana samo sa promenom struje q ose:

$$\Delta \omega_k \Big|_{\Delta i_{ds}=0} = \frac{1}{T_r^*} \frac{\Delta i_{qs}}{I_{ds0}}, \tag{4.9}$$

i na osnovu (4.7), (4.8) i (4.9) se dobija:

$$\begin{aligned}
\left(s + \frac{1}{T_r}\right) \Delta \Psi_{dr} - \omega_{k0} \Delta \Psi_{qr} &= \Psi_{qr0} \frac{\Delta i_{qs}}{T_r^* I_{ds0}}, \\
\omega_{k0} \Delta \Psi_{dr} + \left(s + \frac{1}{T_r}\right) \Delta \Psi_{qr} &= \left[\frac{L_m}{T_r} - \frac{\Psi_{dr0}}{T_r^* I_{ds0}} \right] \Delta i_{qs}.
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Rešavanjem ovog sistema dolazimo do funkcije prenosa Δi_{qs} ka malim promenama komponenti fluksa rotora:

$$\frac{\Delta \Psi_{dr}}{\Delta i_{qs}} \Big|_{\Delta i_{ds}=0} = \frac{\frac{\Psi_{qr0}}{T_r^* I_{ds0}} s + \frac{1}{T_r} \omega_{k0} L_m - \frac{\omega_{k0} \Psi_{dr0}}{T_r^* I_{ds0}} + \frac{1}{T_r} \frac{\Psi_{qr0}}{T_r^* I_{ds0}}}{s^2 + \frac{2}{T_r} s + \frac{1}{T_r^2} + \omega_{k0}^2} \tag{4.11}$$

$$\frac{\Delta \Psi_{qr}}{\Delta i_{qs}} \Big|_{\Delta i_{ds}=0} = \frac{\left[\frac{L_m}{T_r} - \frac{\Psi_{dr0}}{T_r^* I_{ds0}} \right] s + \frac{L_m}{T_r^2} - \frac{1}{T_r} \frac{\Psi_{dr0}}{T_r^* I_{ds0}} - \frac{\omega_{k0} \Psi_{qr0}}{T_r^* I_{ds0}}}{s^2 + \frac{2}{T_r} s + \frac{1}{T_r^2} + \omega_{k0}^2}. \tag{4.12}$$

Ako se u jednačini (4.7) usvoji (4.8) izraz za promenu razvijenog el. momenta postaje:

$$\Delta m_{el} = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} [\Psi_{dr0} \Delta i_{qs} + I_{qs0} \Delta \Psi_{dr} - I_{ds0} \Delta \Psi_{qr}]. \quad (4.13.)$$

Uvrštavanjem izračunatih promena komponenti rotorskog fluksa u izraz (4.13), dobijamo linearizovanu funkciju prenosa između zadatog i ostvarenog el. momenta koja glasi:

$$W_m(s) = \frac{\Delta m_{el}(s)}{\Delta i_{qs}(s)} \Big|_{\Delta i_{ds}=0} = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} \Psi_{dr0} \frac{s^2 + a_1 s + a_2}{s^2 + b_1 s + b_2}, \quad (4.14.)$$

gde su:

$$a_1 = \frac{1}{T_r} \left(2 + \frac{\Psi_{qr0} \omega_{k0} T_r}{\Psi_{dr0}} - \frac{L_m I_{ds0}}{\Psi_{dr0}} + \left(\frac{T_r}{T_r^*} \right) \right), \quad (4.15.)$$

$$a_2 = \frac{1}{T_r^2} \left(\left(1 + \frac{T_r}{T_r^*} \right) - \frac{L_m I_{ds0}}{\Psi_{dr0}} \right) + \frac{\omega_{k0}}{T_r \Psi_{dr0}} \left(L_m I_{qs0} + \Psi_{qr0} \left(1 + \frac{T_r}{T_r^*} \right) \right), \quad (4.16.)$$

$$b_1 = \frac{2}{T_r}, \quad (4.17.)$$

$$b_2 = \frac{1}{T_r^2} + \omega_{k0}^2. \quad (4.18.)$$

Linearizovana funkcija prenosa momenta je drugog reda i sa promenljivim parametrima. U radovima [D2] i [A20] pokazano je da važi:

$$a_1 = \frac{1}{T_r} \left[2 - x \frac{1 - (1+x)y^2}{1 + (1+x)y^2} \right], \quad a_2 = \frac{1}{T_r^2} \left[1 + x \frac{1 - (1+x)(3+x)y^2}{1 + (1+x)y^2} \right] + \omega_{ko}^2, \quad (4.19.)$$

$$b_1 = \frac{2}{T_r}, \quad b_2 = \frac{1}{T_r^2} + \omega_{ko}^2,$$

$$\text{gde su } x = \frac{\Delta R_r}{R_r}, y = \frac{I_{qs0}}{I_{ds0}}, \omega_{ko} = \frac{1}{T_r^*} y. \quad (4.20.)$$

Kao posledica nelinearnost sistema, parametri linearizovane funkcije prenosa momenta su zavisni od stacionarne radne tačke. Time se i osobine funkcije prenosa momenta za male signale menjaju sa promenom radne tačke u čijoj okolini je izvršena linearizacija.

Na osnovu (4.19) se može uočiti da parametri linearizovane funkcije prenosa momenta zavise i od stvarne vrednosti vremenske konstante rotora. Ovo otvara mogućnost procene vremenske konstante rotora na osnovu analize dinamike malih signala u pogonu. Kao što se vidi iz (4.19), polovi ove funkcije prenosa su potpuno definisani tačnom vremenskom konstantom rotora i srednjom vrednosti zadate učestanosti klizanja.

Nadalje, greška između korišćene vrednosti parametra T_r^* , i stvarne vrednosti vremenske konstante rotora, takođe modifikuje ovu funkciju prenosa. U optimalnom slučaju, za $T_r^* = T_r$, polovi i nule funkcije (4.14) se poništavaju i dobija se:

$$\Delta i_{ds} = 0 \wedge T_r^* = T_r \Rightarrow \frac{\Delta \Psi_{dr}}{\Delta i_{qs}} = \frac{\Delta \Psi_{qr}}{\Delta i_{qs}} = 0, \quad \frac{\Delta m_{el}(s)}{\Delta i_{qs}(s)} = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} \Psi_{dr0} = const. \quad (4.21.)$$

U opštem slučaju, funkcija prenosa momenta $W_m(s)$ ima sledeće karakteristike:

- 1) Par kompleksnih polova sa negativnim realnim delom jednakim vremenskoj konstanti rotora ($-1/T_r$) i imaginarnim delom koji je jednak vrednosti učestanosti klizanja (ω_{k0}) u čijoj okolini je izvršena linearizacija

$$p_{1,2} = -\frac{1}{T_r} \pm j\omega_{k0} \quad (4.22.)$$

Za različite komande momenta menja se imaginarni deo kompleksnog para polova. Realni deo ostaje isti i udaljenost polova od imaginarne ose se ne menja.

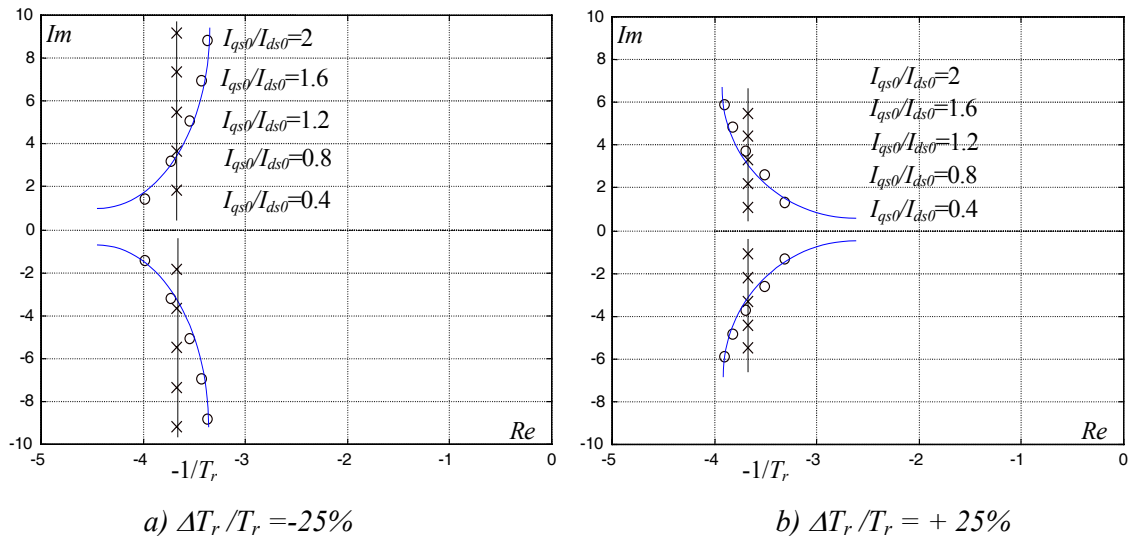
- 2) Par kompleksnih nula. One predstavljaju rešenje jednačine (4.23),

$$s^2 + a_1 s + a_2 = 0, \quad s = z_{1,2}, \quad (4.23.)$$

gde su koeficijenti a_1 i a_2 dati u (4.19) i zavise od T_r , odnosa zadatih struja i relativne greške rotorske otpornosti.

- 3) Statičko pojačanje $\frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} \Psi_{dr0}$. (4.24.)

Ukupan efekat nepodešenog parametra na dinamički odziv momenta je upravo pojava relativno bliskog para nula i polova u funkciji prenosa. Udaljenost ovih nula i polova se menja sa stepenom relativne greške vremenske konstante rotora i odnosom zadatih struja. Za relativne greške parametra vremenske konstante rotora u iznosu $\pm 25\%$ izvršeno je više računarskih simulacija rada pogona sa parametrima datim u prilogu. Simulacije su izvršene za različite odnose zadatih struja statora, date kao parametar. Promena položaja nula (o) i polova (x) linearizovane funkcije prenosa momenta $W_m(s)$ prikazana je na slici 4.2.



Slika 4.2. Promena položaja nula i polova funkcije prenosa $W_m(s)$ sa promenom odnosa zadatih struja I_{qs0}/I_{ds0} .

Apsolutni položaj nula i polova, u odnosu na realnu i imaginarnu osu, zavisi od rotorske vremenske konstante i zadate učestanosti klizanja. U slučaju pozitivne greške u rotorskoj vremenskoj konstanti nule i polovi su za iste komande momenta bliže realnoj osi. Ovo je

posledica umanjena izračunate učestanosti klizanja. Udaljenost nula i polova od imaginarne ose zavisi od stvarne vremenske konstante rotora mašine i za mašine sa velikom vremenskom konstantom rotora i $\Delta T_r < 0$ pri povećanju komande momenta postoji mogućnost prelaska nula u desnu poluravan. Relativan položaj nula i polova, za isti stepen greške vremenske konstante rotora, varira sa promenom odnosa zadatih struja statora. Za $\Delta T_r < 0$ i male odnose zadatih struja poteg nula je veći od potega polova. Sa porastom odnosa zadatih struja nule prelaze kroz osu $-1/T_r$ i njihov poteg postaje manji od potega njima odgovarajućih polova. Za grešku $\Delta T_r > 0$ situacija je obrnuta.

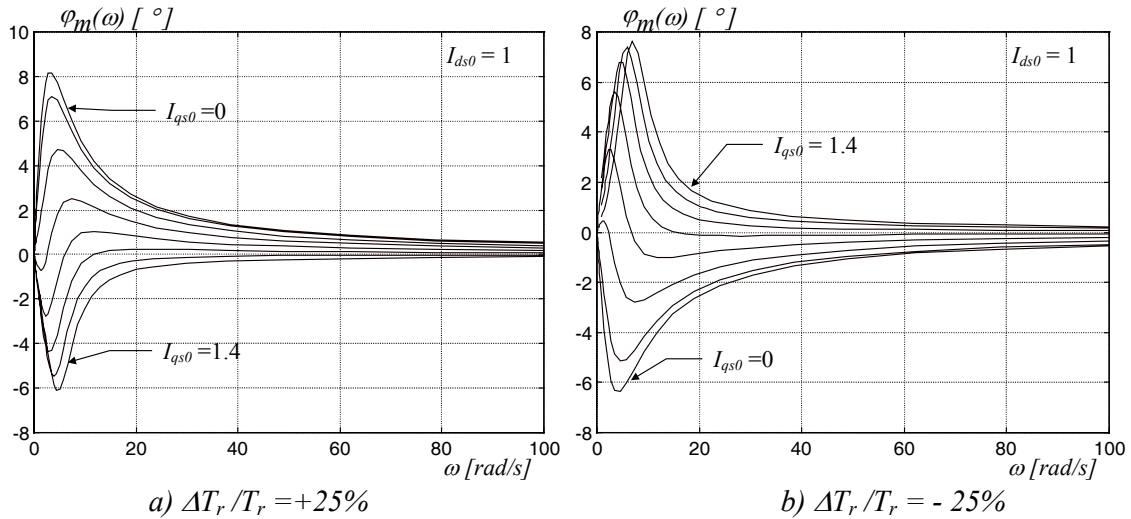
Ova promena relativnog položaja nula prenosne funkcije u odnosu na polove, izaziva strukturnu promenu njene fazne karakteristike sa promenom stacionarne radne tačke. Pogodniji oblik (4.14) za analizu fazne karakteristike funkcije prenosa momenta glasi [D3]:

$$W_m(s) = K \frac{a_2}{b_2} \frac{\frac{1}{a_2} s^2 + \frac{a_1}{a_2} s + 1}{\frac{1}{b_2} s^2 + \frac{b_1}{b_2} s + 1} \quad (4.25.)$$

Nakon smene $s = j\omega$, za faznu karakteristiku funkcije prenosa se dobija:

$$\varphi_m(\omega) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\frac{a_1}{a_2} \omega}{1 - \frac{\omega^2}{a_2}} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{\frac{b_1}{b_2} \omega}{1 - \frac{\omega^2}{b_2}} \right) \quad (4.26.)$$

Na slici 4.3 su prikazane fazne karakteristike funkcije prenosa momenta za dve relativne greške parametra vremenske konstante rotora u iznosu $\pm 25\%$. Odnos struja statora je korišćen kao parametar.



Slika 4.3. Fazna karakteristika funkcije prenosa momenta za različite odnose zadatih struja.

Na slikama se uočava relativno velika osetljivost fazne karakteristike momenta na grešku u parametru T_r^* za učestanosti u okolini prelomne učestanosti pola funkcije prenosa:

$$\omega_p = \sqrt{(1/T_r)^2 + \omega_{k0}^2} \quad (4.27.)$$

Fazna razlika spektralnih komponenti zadatog i ostvarenog momenta u ovom opsegu nosi značajnu informaciju o znaku greške parametra T_r^* . Sa promenom odnosa struja statora ovaj

opseg se pomera po osi učestanosti. Takođe se može primetiti da je osetljivost faznih karakteristika na grešku u T_r^* na relativno visokim učestanostima minimalna. Slike 4.3 pokazuju i značajnu strukturnu promenu faznih karakteristika sa promenom radne tačke, u praktičnom slučaju sa promenom opterećenja u pogonu. Pri uvećanju opterećenja u pogonu, dolazi do promene znaka fazne karakteristike i informacija o grešci T_r^* menja znak.

4.2.3. Linearizovane parcijalne funkcije prenosa promene zadatog fluksa uz učestanost klizanja kao zavisnu promenjivu

Da bi se upotpunila analiza malih signala u pogonu, u ovom poglavlju je takođe izvedena funkcija prenosa drugog ulaza (Δi_{ds}) modela malih signala ka izlazima $\Delta \Psi_{dr}$, $\Delta \Psi_{qr}$ i Δm_{el} .

Razmatra se slučaj:

$$\Delta i_{ds} \neq 0 \quad \wedge \quad \Delta i_{qs} = 0. \quad (4.28.)$$

Male promene zadate vrednosti struje d ose su moguće, i nastaju u pogonima u kojima se reguliše nivo fluksa u motoru. Promena učestanosti klizanja je zavisna od promene struje d ose, ali nije u linearnoj vezi. Aproksimacijom prvog reda se dobija:

$$\Delta \omega_k \Big|_{\Delta i_{qs}=0} = -\frac{\omega_{k0}}{I_{dso}} \frac{1}{sT_r^* + 1} \cdot \Delta i_{ds}. \quad (4.29.)$$

Ukoliko se uvažavaju prethodne jednačine, sistem (4.7) u kompleksnom s -domenu glasi:

$$\begin{aligned} \left(s + \frac{1}{T_r}\right) \Delta \Psi_{dr} - \omega_{k0} \Delta \Psi_{qr} &= \left[\frac{1}{T_r} L_m - \frac{\omega_{k0}}{I_{dso}} \frac{\Psi_{qr0}}{sT_r^* + 1} \right] \Delta i_{ds}, \\ \left(s + \frac{1}{T_r}\right) \Delta \Psi_{qr} + \omega_{k0} \Delta \Psi_{dr} &= \frac{\omega_{k0}}{I_{dso}} \frac{\Psi_{dr0}}{sT_r^* + 1} \Delta i_{ds}. \end{aligned} \quad (4.30.)$$

Rešavanjem ovog sistema dolazimo do funkcije prenosa drugog ulaza (Δi_{ds}) modela za male signale ka komponentama rotorskog fluksa kao izlazima:

$$\frac{\Delta \Psi_{dr}}{\Delta i_{ds}} = -L_m \frac{\omega_{k0}}{T_r^* T_r} \frac{\left[T_r^* - T_r \frac{\Psi_{dr0}}{L_m I_{dso}} \right] s + 1 - \frac{1}{L_m I_{dso}} \left[\omega_{k0} T_r \Psi_{qr0} + \Psi_{dr0} \right]}{\left[s^2 + \frac{2}{T_r} s + \frac{1}{T_r^2} + \omega_{k0}^2 \right] \left(s + \frac{1}{T_r^*} \right)}, \quad (4.31.)$$

$$\frac{\Delta \Psi_{qr}}{\Delta i_{ds}} = \frac{L_m}{T_r} \frac{s^2 + \left[\frac{T_r^* + T_r}{T_r^* T_r} - \frac{T_r}{T_r^*} \omega_{k0} \frac{\Psi_{qr0}}{L_m I_{dso}} \right] s + \frac{1}{T_r^* T_r} - \frac{\omega_{k0}}{T_r^*} \frac{\Psi_{qr0} - \omega_{k0} T_r \Psi_{dr0}}{L_m I_{dso}}}{\left[s^2 + \frac{2}{T_r} s + \frac{1}{T_r^2} + \omega_{k0}^2 \right] \left(s + \frac{1}{T_r^*} \right)}. \quad (4.32.)$$

Na osnovu (4.7) i (4.29) za promenu razvijenog el. momenta se dobija:

$$\Delta m_{el} = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} \left[\Delta \Psi_{dr} I_{qs0} - \Delta \Psi_{qr} I_{ds0} - \Psi_{qr0} \Delta i_{ds} \right]. \quad (4.33.)$$

Uvrštavanjem promena komponenti rotorskog fluksa u izraz (4.33), dobijamo promenu elektromagnetnog momenta koja glasi:

$$\left. \frac{\Delta m_{el}}{\Delta i_{ds}} \right|_{\Delta i_{qs}=0} = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} \frac{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{\left[s^2 + \frac{2}{T_r} s + \frac{1}{T_r^2} + \omega_{k0}^2 \right] \left(s + \frac{1}{T_r^*} \right)} \quad (4.34.)$$

uz:

$$\begin{aligned} a_3 &= -\Psi_{qr0} \\ a_2 &= -\Psi_{qr0} \left[\frac{2}{T_r} + \frac{1}{T_r^*} \right] + \frac{L_m}{T_r} I_{qso} \\ a_1 &= -\Psi_{qr0} \left[\frac{1}{T_r^2} + \frac{2}{T_r T_r^*} + \omega_{k0}^2 \right] + \omega_{k0} L_m I_{dso} \left[\frac{1}{T_r} - \frac{1}{T_r^*} \frac{\Psi_{dr0}}{L_m I_{dso}} \right] \\ &\quad + \frac{1}{T_r} L_m I_{qso} \left[\frac{1}{T_r} + \frac{1}{T_r^*} - \frac{T_r}{T_r^*} \omega_{k0} \frac{\Psi_{qr0}}{L_m I_{dso}} \right] \\ a_0 &= -\Psi_{qr0} \left[\frac{1}{T_r T_r^*} + \frac{\omega_{k0}^2}{T_r^*} \right] + \frac{1}{T_r} \frac{1}{T_r T_r^*} L_m I_{qso} \left[1 - \frac{\omega_{k0} T_r}{L_m I_{dso}} (\Psi_{qr0} - T_r \omega_{k0} \Psi_{dr0}) \right] \\ &\quad + \omega_{k0} \frac{1}{T_r T_r^*} L_m I_{dso} \left[1 - \frac{1}{L_m I_{dso}} (\Psi_{dr0} + T_r \omega_{k0} \Psi_{qr0}) \right] \end{aligned} \quad (4.35.)$$

Kao što se vidi iz (4.34), prolazak struje d ose kroz filtar prvog reda prilikom računa promene učestanosti klizanja unosi dodatni pol u funkciju prenosa $\Delta m_{el}/\Delta i_{ds}$ i dodatno je komplikuje.

4.3. Model za male signale sa komponentama struje statora i učestanosti klizanja kao nezavisnim ulazima

4.3.1. Linearizacija modela za male signale sa promenama komponenti struje statora i učestanosti klizanja kao nezavisnim ulazima

U prethodnom poglavlju je izvršena analiza modela malih signala uz pretpostavku da je promena učestanost klizanja zavisna veličina. Ova pretpostavka je tačna i u skladu sa praktičnom realizacijom vektorski kontrolisanog pogona sa asinhronim motorom. Ali ovo je ujedno i ograničavajući faktor primene izvedenog modela za male signale.

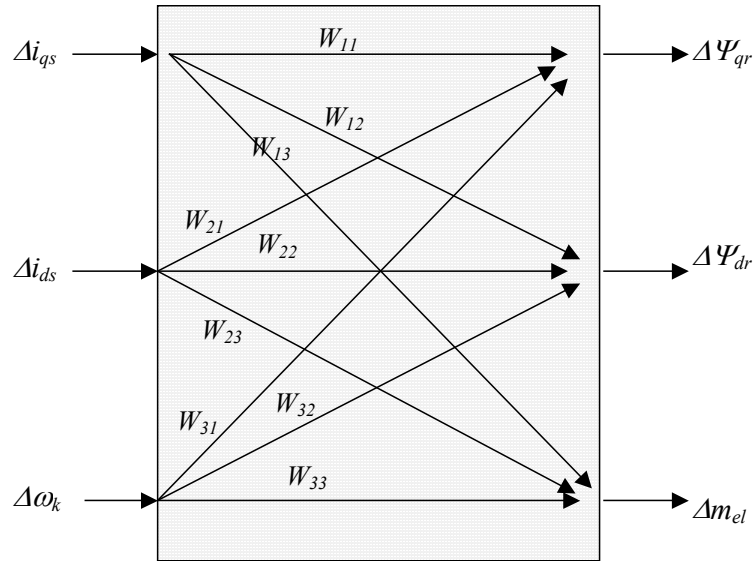
Usvajanje promene učestanosti klizanja kao nezavisnog ulaza poboljšava model malih signala iz nekoliko razloga:

- Ukoliko postoji dinamička greška u merenoj poziciji promena zadate učestanosti klizanja nije jednaka ostvarenoj promeni. Za učestanost klizanja kao nezavisnu promenljivu model dinamike greške pozicionog senzora treba ugraditi samo u funkcije prenosa tog ulaza. Parcijalne funkcije prenosa struja statora ostaju nepromenjene. Greška u poziciji može nastati iz više razloga, usled neidealnosti davača pozicije ili usled činjenice da nema davača, tj. da je pogon *shaft-sensorless*. Za *sensorless* pogon funkcije prenosa malih signala date u ovom poglavlju važe uz dopunu funkcije prenosa učestanosti klizanja.

- U IFOC pogonu je moguće računati zadatu učestanost klizanja na osnovu zadatih ili na osnovu merenih struja statora. Ukoliko se usvoji model sa učestanošću klizanja kao nezavisnom promenljivom taj model važi bez promene za oba slučaja.
- U slučaju računa učestanosti klizanja na osnovu zadatih struja, uticaj promene struje d ose predstavlja aproksimaciju prvog reda. Time se čini greška u odnosu na realan slučaj. Takođe, filter prvog reda korišćen pri proceni položaja rotorskog fluksa unosi dodatni pol u funkciju prenosa struje d ose i relativno je komplikuje.
- Za male signale širokog spektra uticaj CRVSI se ne može zanemariti. U pogonu je uobičajeno obezbeđeno merenje struja statora tako da one direktno mogu predstavljati ulaz u model. Time se premošćava nemodelovana dinamika nesavršenog CRVSI i sistem tačnije modeluje. Sa druge strane, ukoliko je učestanost klizanja računata na osnovu zadatih struja ona se ne može tačno rekonstruisati na osnovu merenih struja. Nesavršenost strujne regulacije je tada neophodno uzeti u obzir i neophodno je prošireni model.

Ovaj pristup ima i negativnu stranu. Usvajanje učestanosti klizanja kao nezavisne promenjive povećava broj ulaza modela sa dva na tri. Time se uvećava i broj parametara i za računarsku simulaciju ovog modela je neophodno više računarske memorije i vremena.

Model za male signale sada sadrži tri ulaza i tri izlaza. Na slici 4.5 prikazane su parcijalne funkcije prenosa malih signala koje su analizirane u ovom poglavlju.



Slika 4.5. Linearizovani model za male signale sa tri nezavisna ulaza.

4.3.2. Linearizovane parcijalne funkcije prenosa promene zadatog momenta

U ovom poglavlju biće izvedene parcijalne funkcije prenosa prvog ulaza (Δi_{qs}) modela za male signale ka njegovim izlazima $\Delta \Psi_{dr}$, $\Delta \Psi_{qr}$ i Δm_{el} . Razmatra se slučaj:

$$\Delta i_{qs} \neq 0 \quad \wedge \quad \Delta i_{ds} = 0 \quad \wedge \quad \Delta \omega_k = 0 . \quad (4.36.)$$

Ukoliko je samo ulaz Δi_{qs} različit od nule, i ako se zanemare male veličine drugog reda, sistem jednačina (4.4) postaje linearan i u kompleksnom s -domenu glasi:

$$\left(s + \frac{1}{T_r}\right) \Delta \Psi_{dr} - \omega_{k0} \Delta \Psi_{qr} = 0,$$

$$\left(s + \frac{1}{T_r}\right) \Delta \Psi_{qr} + \omega_{k0} \Delta \Psi_{dr} = \frac{1}{T_r} L_m \Delta i_{qs}. \quad (4.37.)$$

Rešavanjem ovog sistema dolazimo do funkcije prenosa između prvog ulaza (Δi_{qs}) modela za male signale i komponenti rotorskog fluksa:

$$W_{11}(s) = \left. \frac{\Delta \Psi_{qr}}{\Delta i_{qs}} \right|_{\substack{\Delta i_{ds}=0 \\ \Delta \omega_k=0}} = \frac{1}{T_r} L_m \frac{s + \frac{1}{T_r}}{s^2 + \frac{2}{T_r} s + \frac{1}{T_r^2} + \omega_{k0}^2} \quad (4.38.)$$

$$W_{12}(s) = \left. \frac{\Delta \Psi_{dr}}{\Delta i_{qs}} \right|_{\substack{\Delta i_{ds}=0 \\ \Delta \omega_k=0}} = \frac{1}{T_r} \omega_{k0} L_m \frac{1}{s^2 + \frac{2}{T_r} s + \frac{1}{T_r^2} + \omega_{k0}^2} \quad (4.39.)$$

Ako se u jednačini (4.4) zanemari mala veličina drugog reda ($\Delta i_{qs} \Delta \Psi_{dr} \approx 0$) izraz za promenu razvijenog elektromagnetnog momenta glasi :

$$\Delta m_{el} = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} \left[\Psi_{dr0} \Delta i_{qs} + I_{qs0} \Delta \Psi_{dr} - I_{ds0} \Delta \Psi_{qr} \right]. \quad (4.40.)$$

Uvrštavanjem izračunatih promena komponenti rotorskog fluksa u izraz (4.40), dobijamo linearizovanu funkciju prenosa između zadatog i ostvarenog el. momenta koja glasi:

$$W_{13}(s) = \left. \frac{\Delta m_{el}(s)}{\Delta i_{qs}(s)} \right|_{\substack{\Delta i_{ds}=0 \\ \Delta \omega_k=0}} = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} \Psi_{dr0} \frac{s^2 + a_1 s + a_2}{s^2 + b_1 s + b_2}, \quad (4.41.)$$

gde su:

$$a_1 = \frac{1}{T_r} \left[2 - \frac{L_m I_{dso}}{\Psi_{dro}} \right], \quad a_2 = \frac{1}{T_r^2} \left[1 - \frac{L_m I_{dso}}{\Psi_{dro}} \right] + \omega_{k0}^2 \left[1 + \frac{1}{T_r \omega_{k0}} \frac{L_m I_{qso}}{\Psi_{dro}} \right],$$

$$b_1 = \frac{2}{T_r}, \quad b_2 = \frac{1}{T_r^2} + \omega_{k0}^2. \quad (4.42.)$$

4.3.3. Linearizovane parcijalne funkcije prenosa promene zadatog fluksa

U ovom poglavlju su date funkcije prenosa drugog ulaza (Δi_{ds}) modela za male signale ka njegovim izlazima $\Delta \Psi_{dr}$, $\Delta \Psi_{qr}$ i Δm_{el} . Razmatra se slučaj:

$$\Delta i_{ds} \neq 0 \quad \wedge \quad \Delta i_{qs} = 0 \quad \wedge \quad \Delta \omega_k = 0. \quad (4.43.)$$

Ukoliko je samo ulaz $\Delta i_{ds} \neq 0$ i zanemare se male veličine drugog reda, sistem jednačina (4.4) postaje linearan i u kompleksnom s -domenu glasi:

$$\left(s + \frac{1}{T_r}\right) \Delta \Psi_{dr} - \omega_{k0} \Delta \Psi_{qr} = \frac{1}{T_r} L_m \Delta i_{ds},$$

$$(s + \frac{1}{T_r})\Delta\Psi_{qr} + \omega_{k0}\Delta\Psi_{dr} = 0. \quad (4.44.)$$

Rešavanjem ovog sistema dolazimo do funkcije prenosa između drugog ulaza (Δi_{ds}) modela za male signale i komponenti rotorskog fluksa:

$$W_{21}(s) = \left. \frac{\Delta\Psi_{qr}}{\Delta i_{ds}} \right|_{\substack{\Delta i_{qs}=0 \\ \Delta\omega_k=0}} = -\frac{1}{T_r} \omega_{k0} L_m \frac{1}{s^2 + \frac{2}{T_r}s + \frac{1}{T_r^2} + \omega_{k0}^2} \quad (4.45.)$$

$$W_{22}(s) = \left. \frac{\Delta\Psi_{dr}}{\Delta i_{ds}} \right|_{\substack{\Delta i_{qs}=0 \\ \Delta\omega_k=0}} = \frac{1}{T_r} L_m \frac{s + \frac{1}{T_r}}{s^2 + \frac{2}{T_r}s + \frac{1}{T_r^2} + \omega_{k0}^2} \quad (4.46.)$$

Ako se u jednačini (4.4) zanemari mala veličina drugog reda ($\Delta i_{ds}\Delta\Psi_{qr} \approx 0$) izraz za promenu razvijenog elektromagnetnog momenta glasi :

$$\Delta m_{el} = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} [I_{qs0}\Delta\Psi_{dr} - \Delta\Psi_{qr}I_{ds0} - \Psi_{qr0}\Delta i_{ds}]. \quad (4.47.)$$

Uvrštavanjem izračunatih promena komponenti rotorskog fluksa u izraz (4.47), dobijamo linearizovanu funkciju prenosa između promene magnetizacione komponente struje statora i promene ostvarenog elektromagnetnog momenta koja glasi:

$$W_{23}(s) = \left. \frac{\Delta m_{el}(s)}{\Delta i_{ds}(s)} \right|_{\substack{\Delta i_{qs}=0 \\ \Delta\omega_k=0}} = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} \Psi_{qr0} \frac{s^2 + a_1s + a_2}{s^2 + b_1s + b_2}, \quad (4.48.)$$

gde su:

$$a_1 = \frac{1}{T_r} \left[2 - \frac{L_m I_{qso}}{\Psi_{qro}} \right], \quad a_2 = \frac{1}{T_r^2} \left[1 - \frac{L_m I_{qso}}{\Psi_{qro}} \right] + \omega_{ko}^2 \left[1 + \frac{1}{T_r \omega_{ko}} \frac{L_m I_{dso}}{\Psi_{qro}} \right],$$

$$b_1 = \frac{2}{T_r}, \quad b_2 = \frac{1}{T_r^2} + \omega_{k0}^2. \quad (4.49.)$$

4.3.4. Linearizovane parcijalne funkcije prenosa promene učestanosti klizanja

U ovom poglavlju su date funkcije prenosa trećeg ulaza ($\Delta\omega_k$) modela za male signale ka njegovim izlazima $\Delta\Psi_{dr}$, $\Delta\Psi_{qr}$ i Δm_{el} . Razmatra se slučaj:

$$\Delta\omega_k \neq 0 \quad \wedge \quad \Delta i_{qs} = 0 \quad \wedge \quad \Delta i_{ds} = 0. \quad (4.50.)$$

Ukoliko je samo ulaz $\Delta\omega_k \neq 0$ i zanemare se male veličine drugog reda, sistem jednačina (4.4) postaje linearan i u kompleksnom s -domenu glasi:

$$(s + \frac{1}{T_r})\Delta\Psi_{dr} - \omega_{k0}\Delta\Psi_{qr} = \Psi_{qr0}\Delta\omega_k,$$

$$(s + \frac{1}{T_r})\Delta\Psi_{qr} + \omega_{k0}\Delta\Psi_{dr} = -\Psi_{dr0}\Delta\omega_k. \quad (4.51.)$$

Rešavanjem ovog sistema dolazimo do funkcije prenosa između trećeg ulaza ($\Delta\omega_k$) modela za male signale i komponenti rotorskog fluksa:

$$W_{31}(s) = \left. \frac{\Delta\Psi_{qr}}{\Delta\omega_k} \right|_{\substack{\Delta i_{qs}=0 \\ i_{ds}=0}} = - \frac{\frac{1}{T_r} \Psi_{dro} - \omega_{k0} \Psi_{qro} + \Psi_{dro} s}{s^2 + \frac{2}{T_r} s + \frac{1}{T_r^2} + \omega_{k0}^2} \quad (4.52.)$$

$$W_{32}(s) = \left. \frac{\Delta\Psi_{dr}}{\Delta\omega_k} \right|_{\substack{\Delta i_{qs}=0 \\ i_{ds}=0}} = \frac{\frac{1}{T_r} \Psi_{qro} - \omega_{k0} \Psi_{dro} + \Psi_{qro} s}{s^2 + \frac{2}{T_r} s + \frac{1}{T_r^2} + \omega_{k0}^2} \quad (4.53.)$$

Pošto se javlja promena samo komponenti fluksa rotora, izraz za promenu razvijenog elektromagnetnog momenta glasi :

$$\Delta m_{el} = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} [I_{qs0} \Delta\Psi_{dr} - I_{ds0} \Delta\Psi_{qr}]. \quad (4.54.)$$

Uvrštavanjem izračunatih promena komponenti rotorskog fluksa u izraz (4.55), dobijamo linearizovanu funkciju prenosa između promene učestanosti klizanja i promene ostvarenog elektromagnetnog momenta koja glasi:

$$W_{33}(s) = \left. \frac{\Delta m_{el}(s)}{\Delta i_{ds}(s)} \right|_{\substack{\Delta i_{qs}=0 \\ \Delta\omega_k=0}} = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} \frac{a_1 s + a_2}{s^2 + b_1 s + b_2}, \quad (4.55.)$$

gde su:

$$a_1 = \Psi_{qro} I_{qso} + \Psi_{dro} I_{dso}, \quad a_2 = \frac{1}{T_r} [\Psi_{qro} I_{qso} + \Psi_{dro} I_{dso}] + \omega_{ko} [\Psi_{qro} I_{dso} - \Psi_{dro} I_{qso}],$$

$$b_1 = \frac{2}{T_r}, \quad b_2 = \frac{1}{T_r^2} + \omega_{k0}^2. \quad (4.56.)$$

Analiza data u ovom poglavlju ukazuje da u slučaju spregnutih regulacionih kontura fluksa i momenta svaka mala promena na bilo kom ulazu izaziva promene na svim izlazima modela za male signale.

Takođe je važno primetiti da sve parcijalne funkcije prenosa koje opisuju dati model imaju identičan imenioc koji je ujedno jednak karakterističnom polinomu sistema. Pojava stvarne vremenske konstante rotora u karakterističnom polinomu modela za male signale otvara mogućnost njene procene. Ukoliko se na neki način identifikuju parametri jedne od funkcija prenosa ovog modela, moguće je indirektno proceniti vrednost vremenske konstante rotora. U sledećem poglavlju je upravo obrađena ova primena modela za male signale i predložen je originalan način za procenu parametra rotorskog kola asinhronog motora.