

UNIVERZITET U BEOGRADU  
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

Veran V. Vasić

**ANALIZA EFEKTA MRTVOG VREMENA NA STABILNOST FREKVENTNO  
REGULISANOG ELEKTROMOTORNOG POGONA SA ASINHRONIM MOTOROM**

*-magistarski rad-*

Članovi komisije:

Dr Slobodan Vukosavić, docent

Dr Vladan Vučković, redovni profesor

Dr Milić Stojić, redovni profesor

Dr Borislav Jeftenić, docent

Dr Radiša Jevremović, docent

Datum odbrane teze: 23. 11. 1996.

Beograd 1996.

*Tokom izrade magistarskog rada nizom korisnih sugestija, veliku pomoć su mi pružili mentor, dr Slobodan Vukosavić, kao i dr Vladan Vučković.*

*Eksperimentalna ispitivanja su izvršena u Elektrotehničkom Institutu "Nikola Tesla" u Beogradu.*

*Značajnu pomoć pri izvođenju eksperimenata pružio mi je Đorđe Stojić, dipl. ing.*

*Izuzetno korisna uputstva i sugestije tokom pisanja računarskog programa i tehničke obrade data su od strane Miodraga Zubića, dipl. ing.*

*Autor se svima srdačno zahvaljuje.*

*Na kraju želeo bih da se zahvalim svojim roditeljima na stalnu podršku tokom dosadašnjeg školovanja.*

**Kratak pregled rada:** U ovom radu analizira se neželjeni, parazitni, oscilatorni režim rada asinhronog motora. Pri napajanju asinhronog motora sa naponom učestanosti manje od polovine nazivne vrednosti postoji mogućnost nastanka oscilatornog režima rada. Svojstvene vrednosti linearizovanog modela pogona imaju pozitivan realan deo. Linearizovani model koristi se za predikciju oblasti nestabilnosti. Posmatran je uticaj mrtvog vremena invertora i parametara motora na stabilnost pogona.

**Abstract:** This paper deals with oscillatory mode of induction motor drive. Possibility of oscillatory mode exists when induction motor is driven by voltages with frequency is less than half of nominal value. Eigenvalues of linearized drive model have positive real part. Linearized model was used for the prediction of instability area. Influence of inverters dead time and motor parameters on stability was analyzed

# SADRŽAJ

<b>1. UVOD</b>	1
<b>1.1. UVODNA RAZMATRANJA</b>	1
<b>1.2. MRTVO VREME INVERTORA I STABILNOST POGONA</b>	
<b>U LITERATURI</b>	2
<b>1.3. KRATAK SADRŽAJ I ORGANIZACIJA RADA</b>	4
<b>2. MATEMATIČKI MODEL POGONA ASINHRONOG MOTORA</b>	
<b>NAPAJANOG IZ PWM INVERTORA</b>	7
<b>2.1. MATEMATIČKI MODEL ASINHRONOG MOTORA</b>	7
<b>2.2. MODELOVANJE INVERTORA</b>	15
<b>2.3. MATEMATIČKI MODEL ULAZNE ISPRAVLJAČKE SEKCIJE</b>	
<b>PRETVARAČA SNAGE</b>	19
<b>3. STABILNOST POGONA ASINHRONOG MOTORA KOJI SE</b>	
<b>NAPAJA IZ PWM INVERTORA</b>	23
<b>3.1. LINEARIZOVANI MATEMATIČKI MODEL POGONA</b>	23
<b>3.1.1. Linearizovani matematički model asinhronog motora</b>	23
<b>3.1.2. Linearizovani model PWM invertora sa zanemarenim</b>	
<b>mrtvim vremenom</b>	28
<b>3.1.3. Linearizovani matematički model ulazne ispravljačke sekcije</b>	
<b>pretvarača snage</b>	29
<b>3.1.4. Uvažavanje mrtvog vremena invertora u linearizovanom</b>	
<b>matematičkom modelu pogona</b>	32
<b>3.2. SINTEZA RAČUNARSKOG PROGRAMA ZA SIMULACIJU POGONA</b>	
<b>ASINHRONOG MOTORA UZ UVAŽAVANJE MRTVOG VREMENA</b>	
<b>PRETVARAČA SNAGE</b>	38
<b>3.2.1. Numeričko rešavanje diferencijalnih jednačina</b>	38
<b>3.2.2. Opis programa za simulaciju vremenskog odziva pogona</b>	39
<b>3.2.3. Opis programa za određivanje oblasti nestabilnosti pogona</b>	40
<b>3.3. REZULTATI SIMULACIJA</b>	45

<b>4. ELIMINACIJA PODRŽANIH OSCILACIJA UVOĐENJEM POVRATNE SPREGE PO STRUJI JEDNOSMERNOG MEĐUKOLA</b>	<b>53</b>
<b>5. EKSPERIMENTALNI REZULTATI</b>	<b>59</b>
<b>6. ZAKLJUČAK</b>	<b>67</b>
<b>7. LITERATURA</b>	<b>70</b>
<b>8. PRILOZI</b>	<b>73</b>

## VAŽNIJE OZNAKE KORIŠĆENE U RADU

$\Delta$	- odstupanje relevantne veličine od njene stacionarne vrednosti,
$0$	- u indeksu, stacionarna vrednost relevantne veličine,
$*$	- referentne vrednosti,
$d, q$	- d, q komponente veličina statora,
$D, Q$	- D, Q komponente veličina rotora,
$\underline{i}_s$	- vektor struje statora,
$\underline{i}_r$	- vektor struje rotora,
$\underline{u}_s$	- vektor napona statora,
$\underline{u}_r$	- vektor napona rotora,
$k_s$	- koeficijent sprege namotaja statora,
$k_r$	- koeficijent sprege namotaja rotora,
$\sigma$	- ukupni koeficijent rasipanja,
$m_a$	- indeks amplitudske modulacije,
$m_f$	- relativna frekvencija modulacije,
$V_d$	- napon na jednosmernoj strani invertora,
$i_i$	- struja na jednosmernoj strani invertora,
$i_R$	- struja ispravljača,
$u_{AN}$	- napon prema negativnom polu jednosmernog međukola,
$u_\varepsilon$	- napon usled efekta mrtvog vremena invertora,
$P$	- broj pari polova,
$J$	- moment inercije,
$L_f$	- induktivnost filtra,
$C_f$	- kapacitivnost filtra,
$L$	- komutaciona induktivnost,
$\omega_M$	- učestanost mreže,
$T_s'$	- vremenska konstanta prelaznih pojava u statorskem namotu,
$T_r'$	- vremenska konstanta prelaznih pojava u rotorskom namotu,
$R_f$	- otpor prigušnice,

$\Delta u_n$	- napon prema zvezdištu motora usled mrtvog vremena,
$R_d$	- otpornik kojim se ekvivalentira efekat mrtvog vremena,
$L_{\gamma s}$	- induktivnost rasipanja statora,
$L_{\gamma r}$	- induktivnost rasipanja rotora,
$f_l$	- učestanost izlaznog napona invertora,
$\omega_I$	- sinhrona brzina polja,
$\omega$	- brzina obrtanja rotora,
$k_{D\omega}$	- pojačanje u povratnoj sprezi,
$U_{sm}$	- maksimalna vrednost faznog napona.

# 1. UVOD

## 1.1. UVODNA RAZMATRANJA

Savremeni industrijski i tehnološki procesi zahtevaju pogone sa promenljivom brzinom obrtanja. Za pogon pumpi, ventilatora i sl. sve se više koriste asinhroni motori koji su napajani iz frekventnog pretvarača, što omogućuje promenu brzine obrtanja u širokom opsegu. Poznato je da asinhroni motor može postati nestabilan u pogonu sa promenljivom brzinom obrtanja. Uzrok ovome je smanjenje faktora prigušenja pri smanjenju učestanosti. Posledica nestabilnosti asinhronog motora nije neograničen porast oscilacija koji bi doveo do zaustavljanja motora, već se imaju oscilacije brzine i momenta čija je amplituda konačna. Ove oscilacije su nepogodne za rad pogona. Nestabilnost se ne javlja nužno kod svakog motora jer je faktor prigušenja funkcija parametara pogona.

Matematički model pogona dobijen na osnovu teorije električnih mašina opisuje dovoljno tačno pojave u električnim mašinama [1-3], pa se može koristiti za izučavanje stabilnosti asinhronog motora. Pri napajanju asinhronog motora iz izvora promenljive učestanosti postoji mogućnost nastanka oscilatornog režima rada asinhronog motora. Kod standardnih asinhronih motora u industrijskoj primeni, oblast nestabilnog rada ne prevaziđa grubo 50% nazivne učestanosti [4-28]. Oscilatorični režim rada asinhronog motora može se javiti i kod asinhronih motora napajanih iz sinusnog izvora napona [6].

Asinhroni motori se napajaju iz energetskih pretvarača koji omogućuju promenu učestanosti i napona na motoru tako da je odnos  $U/f_1$  približno konstantan. Izlazni napon se generiše po algoritmu impulsno širinske modulacije (PWM). Mrtvo vreme (*dead time*) invertora onemogućuje istovremeno provođenje oba prekidača u jednoj grani invertora, odnosno pojavu kratkog spoja jednosmernog izvora napona [4, 29-36]. Izlazni napon invertora dodatno je izobličen usled mrvog vremena, a struja motora sadrži harmonike na nižim učestanostima. Razvoj komponenti energetske elektronike omogućio je mrvu vremena reda od nekoliko stotina nanosekundi do par mikrosekundi. Mrtvo vreme invertora ima uticaja na faktor prigušenja odnosno na stabilnost pogona.

Razvijene su tehnike kompenzacije mrvog vremena kojima se u potpunosti eliminišu izobličenja napona izazvana efektom mrvog vremena [11-25]. Predložena su rešenja koja zahtevaju hardverske izmene ali i rešenja koja su realizovana promenom samo softvera. Kompenzacija napona izobličenja izazvana efektom mrvog vremena realizuje se modifikovanjem vremena vođenja prekidača invertora [11-15, 18-23] ili uvođenjem dodatnih povratnih sprega po naponu statora ili po struji jednosmernog međukola [15-17, 25].

U ovom radu detaljno se objašnjava oscilatorični režim rada asinhronog motora koji se napaja iz PWM invertora. Razmatra se uticaj mrvog vremena invertora na stabilnost asinhronog motora. Matematički model pogona asinhronog motora, PWM invertora, L-C filtra omogućuje simulaciju

vremenskog odziva pogona. Linearizacijom matematičkog modela pogona dobijen je model koji omogućuje ispitivanje stabilnosti odziva pogona.

Osnovna ideja ovog rada je predlog efikasnog postupka za predviđanje oblasti nestabilnosti unutar koje asinhroni motor poseduje podržane oscilacije (*sustained oscillations*) i predlog jednostavnog rešenja za suzbijanje oscilacija. Linearizovani matematički model pogona koristi se za ispitivanje stabilnosti. Pri izvođenju linearizovanog modela dat je predlog za uvažavanje diskontinualnog režima filtra i mrtvog vremena invertora. Predloženo rešenje može poslužiti pri izboru parametara invertora i motora kako bi se izbegao oscilatoran režim rada asinhronog motora. Pokazano je da se promenom vrednosti parametara pogona (dodatni otpornik ili induktivnost u kolu rotora, moment inercije) mogu eliminisati podržane oscilacije. Dato je jedno rešenje kojim je moguće postići eliminaciju podržanih oscilacija već izgrađenog pogona ako je raspoloživa informacija o struji jednosmernog međukola.

## 1.2. MRTVO VREME INVERTORA I STABILNOST POGONA U LITERATURI

U ovom delu dat je pregled literature koja se bavi problemom stabilnosti pogona asinhronog motora, mrvim vremenom invertora i načinima za stabilizaciju pogona i eliminaciju izobličenja napona usled mrtvog vremena [2-37].

U radu [6] je izведен matematički model asinhronne maštine prikazan u matričnoj notaciji. Predviđanje oblasti nestabilnosti vrši se primenom metode geometrijskog mesta korenova na linearizovani matematički model asinhronne maštine. Analiza stabilnosti pogona asinhronog motora napajanog iz šestopulsnog naponskog invertora sprovodi se za učestanosti ispod 30 Hz [7,8]. Pri analizi stabilnosti zanemaruju se viši harmonici u izlaznom naponu invertora. U matematičkom modelu koji je u radu [7] predložen nije uvažena mogućnost diskontinualnog režima struje ispravljača  $i_R$ , a matrica sistema je sedmog reda. Predviđanje oblasti nestabilnosti se vrši primenom Nyquistovog kriterijuma stabilnosti. Motor, koji je stabilan pri simetričnom sinusnom napajanju, može biti nestabilan pri napajanju iz frekventnog pretvarača. Interakcijom između frekventnog pretvarača i motora modifikuje se oblast nestabilnosti asinhronog motora. U navedenim radovima se ističe da do podržanih oscilacija u pogonu dolazi zbog neusklađenosti parametara motora i pretvarača.

U radovima [6-8] prikazani su odzivi nekih karakterističnih veličina dobijenih simulacijom na analognom računaru. Podržane oscilacije zapažene su i kod pogona sa beskonačnom inercijom (*infinite inertia load*) [9], što se sreće u električnoj vući. Mehanički podsistem nema uticaja na pojavu podržanih oscilacija. Sa šest prekidača u invertoru, moguće je ostvariti osam prekidačkih stanja, dva stanja su nulta. Linearizovani model pogona, potreban za analizu stabilnosti, napisan je uz prepostavku da je brzina obrtanja konstantna i za svako prekidačko stanje data je matrica sistema [9]. Matematički model napisan na ovaj način je jednostavan, ali stabilnost pogona za svako prekidačko stanje ne znači i stabilnost pogona kao celine. Da bi se ispitala stabilnost pogona

potrebno je primeniti prvi kriterijum Ljapunova. Matrica sistema i karakteristični polinom potreban za Routh-Hurwitzov kriterijum stabilnosti jednostavno se mogu dobiti zbog konstantnosti brzine. Mana predloženih metoda za ispitivanje stabilnosti pogona je pretpostavka o konstantnosti brzine, što je ograničava na neke posebne slučajeve.

U opštoj teoriji električnih mašina uobičajeno se uvodi idealizacija o zanemarenju zasićenja magnetnog materijala. Magnetno zasićenje ima relativno mali uticaj pri normalnim radnim režimima asinhronog motora, ali ima važan stabiilišući efekat kada je faktor prigušenja mali. Zanemarenje zasićenja dovelo bi do pogrešne lokacije nula i polova sistema. Pri ispitivanju stabilnosti asinhronog motora uvažavanje magnetnog zasićenja dalo bi optimističnije rezultate [10].

Eksperimentalni rezultati za pogon sa podržanim oscilacijama brzine prikazani su u radu [13]. Eksperimentalnim putem locirana je oblast nestabilnosti u  $u_s - f_1$  ravni pri kojoj je odziv brzine nestabilan. Odstupanjem od konstantnosti odnosa  $U/f_1$  moguće je eliminisati podržane oscilacije. Pokazani su odzivi brzine, struje motora, struje na jednosmernoj strani invertora, aktivna i reaktivna snaga koju motor uzima. Kada motor radi u nestabilnoj oblasti sve navedene veličine poprimaju oscilatoran karakter. Locirano je pomeranje oblasti nestabilnosti pri promeni prekidačke učestanosti invertora, mrvog vremena i kapacitivnosti kondenzatora u jednosmernom međukolu.

Za promenu brzine obrtanja asinhronog motora potrebno je vršiti napajanje motora iz izvora promenljivog napona (struje) i učestanosti. Izlazni napon invertora generiše se nekom od PWM tehnika. Potrebno je vreme kašnjenja između komutacija prekidača koji se nalaze u jednoj grani invertora. Uvođenjem mrvog vremena izlazni napon invertora odstupa od referentne vrednosti napona, tako da nije moguće koristiti referentnu vrednost napona kao informaciju o stvarnom napunu na motoru u pogonima čiji upravljački algoritmi zahtevaju ovu informaciju. U navedenoj literaturi data su rešenja kojima se realizuje kompenzacija mrvog vremena kod sinusnog PWM ili kod PWM sa prostornim vektorom (*space vector PWM*) [11-23].

Nestabilnost pogona sa asinhronim motorom može se izbeći upotrebom motora i L-C filtra sa odgovarajućim parametrima, odnosno boljom njihovom usklađenošću [6-8], što dovodi do pogoršanja statičkih karakteristika motora. Predlažu se i hardverske izmene za detektovanje vremenskog intervala između komutacije prekidača i promene napona na potrošaču izazvane komutacijom prekidača. Detektovani vremenski interval omogućuje kompenzaciju izobličenja izlaznog napona invertora usled efekta mrvog vremena [12,14]. Uvedenom kompenzacijom naponskih izobličenja prouzrokovanih mrvim vremenom eliminišu se harmonici struje na nižim učestanostima, što je pokazano eksperimentalno.

Uvođenjem dodatnih kontura sprega kao i poboljšanih tehnika za generisanje izlaznog napona invertora moguće je uticati na stabilnost pogona [15-18]. Na stabilnost pogona asinhronog motora bazično utiču mrvvo vreme invertora i pad napona na poluprovodničkim komponentama. U radovima [15-17] je pokazano da mrvvo vreme invertora utiče na izobličenje izlazne struje, koje je najizraženije za vrednosti struje bliske nuli (*zero current clamping*), kada podržane oscilacije nisu prisutne. Izobličenje struje najizraženije je pri učestanostima napona na motoru koje su ispod polovine nazivne vrednosti. Uvođenjem dodatne povratne sprege po transformisanom naponu statora postiže se eliminacija izobličenja napona usled mrvog vremena i pada napona na

prekidačkim komponentama. Navedena metoda kompenzacije orijentisana je prema PWM sa prostornim vektorom. U radu [18] razmatra kompenzaciju napona usled mrtvog vremena kod invertora u sistemu besprekidnog napajanja. Trenuci komutacije prekidača određuju se poređenjem sinusne reference napona i trougaonog modulišućeg signala. Kompenzacija napona je realizovana promenom reference napona za iznos ofeta, koji je jednak promeni napona usled mrtvog vremena. Znak promene napona je određen referentnim smerom struje potrošača koji je induktivnog karaktera.

Predviđanje ponašanja asinhronog motora, tokom prelaznog procesa i u ustaljenom stanju, moguće je postići simulacijom na računaru. Lockwood u radu [24] prikazuje rezultate simulacija vremenskog odziva pogona asinhronog motora za oscilatorni režim rada asinhronog motora. Napajanje motora je iz PWM invertora.

Nestabilan režim rada asinhronog motora može se prevazići i uvođenjem povratne spregе po promenljivim stanja [26]. Za promenljive stanja izabrane su struje po d i q-osi. Struja po q-osi srazmerna je razvijenom momentu dok je napajanje motora iz ciklokonvertora. Predloženo rešenje može se primeniti pri napajanju iz pretvarača sa jednosmernim međukolom i povratnom spregom po struji jednosmernog međukola [25]. Povratnom spregom modifikuje se napon jednosmernog međukola ili učestanost izlaznog napona šestopulsnog invertora.

Kod sinhronih reluktantnih motora napajanih iz invertora postoji mogućnost nastanka podržanih oscilacija. Problem sa stabilnošću se javlja pri brzinama ispod polovine nazivne vrednosti. Rezultantne mehaničke oscilacije dovode do opasno velikih struja i gubitka sinhronizma. Analiza stabilnosti pogona vrši se pomoću modela za režim malih poremećaja. Stabilizacija pogona ostvaruje se pomoću povratne spregе po izvodu struje jednosmernog međukola [27,28]. Struja jednosmernog međukola modifikuje učestanost napona kojim se napaja motor. Koristi se redukovani matematički model sinhronog reluktantnog motora (model drugog reda) [27].

Za realizaciju pogona sa promenljivom brzinom obrtanja koristi se pretvarač sa promenljivim izlaznim naponom (strujom) i učestanošću. Napajanje može biti naponsko ili strujno. Zavisno o kom invertoru se radi naponskom ili strujnom zavisi i kakvo je jednosmerno međukolo. Razvijeni su različiti algoritmi za generisanje prekidačkih impulsa invertora i ispravljača kako bi se postigla minimizacija jednosmernog međukola [29-34].

U referentnoj literaturi upravljački algoritam se modifikuje tako da su napon statora i učestanost funkcije struje jednosmernog međukola da bi se poboljšala stabilnost razmatranih pogona [19, 25, 27, 28]. Povratna spregе po struji jednosmernog međukola koristi se u pogonima asinhronih i sinhronih reluktantnih motora. Rekonstrukcija struje jednosmernog međukola kod sinusnog PWM invertora simulacijom na računaru prikazana je u radu [35]. U radu [36] razvijen je regulacioni algoritam za skalarno upravljanje pogonom sa asinhronim motorom primenom principa koji se koriste u vektorskom upravljanju. Upravljački algoritam koristi isključivo informaciju o struji jednosmernog međukola.

### 1.3. KRATAK SADRŽAJ I ORGANIZACIJA RADA

Predmet naučne rasprave u ovom radu je analiza uticaja mrtvog vremena frekventnog pretvarača na stabilnost pogona asinhronog motora. Pokazaće se pomoću simulacija vremenskog odziva pogona da mrtvo vreme invertora bazično utiče na pojavu oscilatornog načina rada asinhronog motora. Polazeći od potpunog nelinearnog matematičkog modela pogona izvešće se linearizovani matematički model. Uvažiće se mrtvo vreme invertora u linearizovanom modelu pomoću dodatnog otpornika u kolu statora. Linearizovani matematički model pogona može se iskoristiti za predviđanje stabilnosti odziva pogona. Biće predložen način za efikasnu eliminaciju podržanih oscilacija. Eksperimentalnim putem pokazaće se postojanje podržanih oscilacija i lociraće se opseg učestanosti unutar kojeg asinhroni motor poseduje oscilatori režim rada.

U ovom radu izučava se uticaj mrtvog vremena invertora na stabilnost pogona sa asinhronim motorom. Razvijen je linearizovani matematički model pogona koji omogućuje predviđanje oblasti nestabilnosti pogona i analizu uticaja parametara pogona na oblast nestabilnosti.

Matematički model pogona sa asinhronim motorom, invertorom i jednosmernim međukolom je nelinearan i sadrži sedam ili šest nelinearnih diferencijalnih jednačina u zavisnosti od struje filtra. Na osnovu znaka struje filtra određuje se topologija diferencijalnih jednačina. Mrtvo vreme invertora uvažava se modifikovanjem napona na motoru u zavisnosti od znaka struje motora.

Da bi se primenili kriterijumi stabilnosti, koji su razvijeni za lineарне sisteme, neophodno je uraditi linearizaciju modela pogona. Model filtra za diskontinualni režim u linearizovanom modelu pogona je prikazan sa kolom prvog reda. U radu se predlaže rešenje sa promenljivim otpornikom čija se vrednost menja sa promenom srednje vrednosti struje jednosmernog međukola.

Mrtvo vreme invertora u linearizovanom modelu pogona uvaženo je pomoću otpornika čija vrednost varira u funkciji struje motora. Smatra se da je promena napona usled efekta mrtvog vremena ekvivalentna padu napona na datom otporniku. Matrica sistema se modifikuje sa uvedenim otpornikom.

Rad se sastoji od šest poglavlja, spiska literature i priloga. U drugom poglavlju prikazan je matematički model pogona asinhronog motora pri napajanju iz PWM invertora. Matematički model asinhronog motora prikazan je u 2.1. uz uobičajene idealizacije koje se uvode u opštoj teoriji električnih mašina. Asinhroni motor se napaja iz frekventnog pretvarača. Mrtvo vreme invertora predstavlja sekundarni efekt koji je objašnjen u 2.2. Mrtvo vreme invertora izobličuje napon na motoru što modifikuje oblast stabilnosti motora i može uzrokovati pojavu podržanih oscilacija u pogonu. Modelovanje jednosmernog međukola frekventnog pretvarača uz uvažavanje mogućeg diskontinualnog režima filtra prikazano je u 2.3.

Treće poglavlje sadrži izvođenje linearizovanog modela pogona, opis metode integracije korišćene u radu, opis programa i prikaz rezultata simulacija. Linearizovanjem matematičkog modela datog u 2.1. dobija se model asinhronog motora za režim malih poremećaja. Model za režim malih poremećaja je fluksni i sadrži stacionarne vrednosti fluksa koje je neophodno određivati pri svakom proračunu sopstvenih vrednosti motora. Pri izučavanju stabilnosti pogona zanemaruju se

viši harmonici napona uneti PWM invertorom. Linearizovani model PWM invertora uspostavlja vezu između veličina jednosmernog međukola i veličina motora, što omogućuje da se model jednosmernog međukola napiše u sinhrono rotirajućem koordinatnom sistemu. Linearizovani model PWM invertora bez uvaženog mrtvog vremena i linearizovani model jednosmernog međukola prikazani su u 3.1.2. i 3.1.3. Mrtvo vreme invertora u linearizovanom modelu pogona uvaženo je preko ekvivalentnog otpornika, kojim se uvažava promena napona invertora usled efekta mrtvog vremena.

Za efikasnu simulaciju vremenskog odziva nelinearizovanog modela pogona, potrebno je izabrati pogodnu metodu za numeričku integraciju sistema diferencijalnih jednačina. Program za simulaciju vremenskog odziva pogona napisan je korišćenjem programskog jezika FORTRAN a program za određivanje oblasti nestabilnosti primenom programskog paketa MATLAB. Rezultati simulacija dobijeni pomoću programa opisanih u 3.2.2. i 3.2.3. prikazani su u 3.3. Simulirani su vremenski odzivi pogona i rezultati predviđanja oblasti nestabilnosti pomoću linearizovanog matematičkog modela.

U četvrtom poglavlju predlaže se jedno rešenje za stabilizaciju pogona pomoću povratne sprege po struji jednosmernog međukola. Pokazano je da se uvođenjem povratne sprege, svi polovi nalaze u levoj poluravni kompleksne ravni te je vremenski odziv pogona stabilan. Uvedena povratna sprega ne utiče na odziv pogona kada je on već stabilan. Kvalitetniji odziv pogona se postiže uvođenjem pojačanja koje je promenljivo sa referentnom učestanostu.

U petom poglavlju su prikazani eksperimentalni rezultati, dobijeni kada asinhroni motor radi u nestabilnoj oblasti. Eksperimentalnim putem su locirane učestanosti pri kojima je motor nestabilan. Promenom napona jednosmernog međukola može se uticati na eliminaciju podržanih oscilacija.

Šesto poglavlje sumira postignute rezultate.

Sedmo poglavlje sadrži spisak referentne literature.

U prilozima su dati parametri motora, kao i listinzi programa koji su korišćeni za računarske simulacije u ovom radu.

## **2. MATEMATIČKI MODEL POGONA ASINHRONOG MOTORA NAPAJANOG IZ PWM INVERTORA**

Problem i postupak modelovanja asinhronog motora dat je u radovima [1-3]. Matematički model asinhronih mašina u domenu fizičkih veličina je prilično složen, jer sadrži nelinearne diferencijalne jednačine sa promenljivim koeficijentima, što otežava analizu. Da bi se smanjio broj i eliminisala vremenska zavisnost elemenata u matrici induktivnosti, neophodno je primeniti transformaciju rasprezanja i transformaciju obrtanja. Transformacija u stvari vrši zamenu promenljivih i parametara matematičkog modela prilikom čega ne dolazi do gubitka informacija [1]. Transformisani model je podesniji za analizu. Pored već pomenutih transformacija, primenjuje se i navojna transformacija, kojom se rotorske veličine svode na stator. Svedene vrednosti parametara rotorskog kola mogu se dobiti merenjem statorskih veličina, što opravdava primenu navojne transformacije.

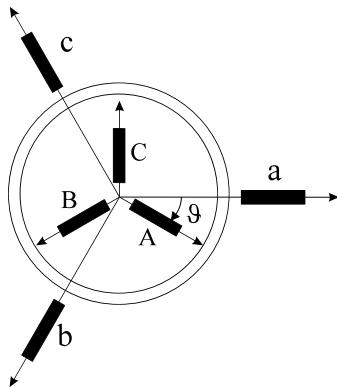
### **2.1. MATEMATIČKI MODEL ASINHRONOG MOTORA**

Matematički model je skup matematičkih relacija (diferencijalnih i algebarskih jednačina) koji opisuje relevantne aspekte dinamičkog ponašanja asinhronog motora. Za simulaciju na računaru i analizu, diferencijalne jednačine se najčešće predstavljaju u obliku jednačina stanja. Promenljive stanja mogu biti fluksevi i brzina, čime se dobija fluksni model, ili struje i brzina (strujni model), ili neke struje i neki fluksevi (kombinovani modeli) [2].

Posmatra se asinhroni motor sa tri identična fazna navoja na statoru prostorno pomerena za  $120^\circ$  električnih. Pri izvođenju matematičkog modela asinhronih mašina standardne konstrukcije, u opštoj teoriji električnih mašina, usvajaju se sledeće pretpostavke [1]:

1. Pojave u električnoj mašini, dovoljno se tačno opisuju primenom koncentrisanih parametara.
2. Zanemaruju se kapacitivne pojave u mašini.
3. Gubici u magnetnom kolu mašine mogu se zanemariti.
4. Zavisnost struje i fluksa je linearne.
5. Raspodela magnetopobudne sile po obodu zazora je sinusna.
6. Omske otpornosti se usvajaju kao konstante.
7. Zanemaruje se uticaj zubaca statora i rotora.

Na sl. 2.1. prikazana je šematski trofazna asinhrona mašina, pri čemu je kavezni namotaj rotora ekvivalentiran odgovarajućim trofaznim namotajem A, B, C. Električni ugao  $\vartheta$  je funkcija vremena i njime je definisan trenutni položaj između magnetskih osa navoja "a" statora i navoja "A" rotora.



Sl. 2.1. Šematski prikaz trofazne asinhrone mašine

Uz navedene pretpostavke moguće je napisati jednačine naponske ravnoteže namotaja statora i rotora u matričnom obliku u domenu faznih veličina:

$$\mathbf{U} = \mathbf{R}\mathbf{i} + \frac{d\Psi}{dt}; \quad (2.1)$$

$$\Psi = \mathbf{L}(\vartheta)\mathbf{i}. \quad (2.2)$$

Jednačina mehaničke ravnoteže:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p}{J} \left( m_e - m_m - \frac{k_{tr}}{p} \omega \right). \quad (2.3)$$

Elektromagnetski moment:

$$m_e = \frac{p}{2} \mathbf{i}^T \frac{d\mathbf{L}(\vartheta)}{d\vartheta} \mathbf{i}. \quad (2.4)$$

gde su:

- U** - vektor napona statora i rotora,
- R** - matrica otpornosti namotaja statora i rotora,
- i** - vektor struja statora i rotora,
- Ψ** - vektor fluksnih obuhvata statora i rotora,
- L (θ)** - matrica induktivnosti,

$\vartheta$	- ugao izmedu ose navoja "a" (statora) i ose navoja "A" (rotora),
$m_e$	- elektromagnetni moment,
$m_m$	- mehanički moment opterećenja,
$p$	- broj pari polova,
$J$	- moment inercije,
$\omega$	- električna ugaona brzina rotora,
$k_{tr}$	- koeficijent trenja.

Matrice u izrazima (2.1) - (2.4), mogu se prikazati u razvijenom obliku:

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= [u_a \quad u_b \quad u_c \quad u_A \quad u_B \quad u_C]^T; \quad \mathbf{i} = [i_a \quad i_b \quad i_c \quad i_A \quad i_B \quad i_C]^T; \\ \mathbf{\Psi} &= [\psi_a \quad \psi_b \quad \psi_c \quad \psi_A \quad \psi_B \quad \psi_C]^T; \quad \mathbf{R} = \text{diag}\{R_s \quad R_s \quad R_s \quad R_r \quad R_r \quad R_r\}; \\ \mathbf{L} &= \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}_{sr} \\ \mathbf{L}_{sr}^T & \mathbf{L}_r \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.5-2.9)$$

gde submatrice  $\mathbf{L}_s, \mathbf{L}_r, \mathbf{L}_{sr}$  imaju oblik:

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_s &= \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} \\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} \end{bmatrix}; \\ \mathbf{L}_{sr} &= L_{aA} \begin{bmatrix} \cos \vartheta & \cos\left(\vartheta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\vartheta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\vartheta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \vartheta & \cos\left(\vartheta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\vartheta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\vartheta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \vartheta \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

gde su:

$u_a, u_b, u_c$	- fazni naponi navoja statora,
$u_A, u_B, u_C$	- fazni naponi navoja rotora,
$i_a, i_b, i_c$	- fazne struje navoja statora,
$i_A, i_B, i_C$	- fazne struje navoja rotora,

$\psi_a, \psi_b, \psi_c$	- fluksni obuhvati navoja statora,
$\psi_A, \psi_B, \psi_C$	- fluksni obuhvati navoja rotora,
$R_s$	- omski otpor navoja statora,
$R_r$	- omski otpor navoja rotora,
$L_{aa}, L_{bb}, L_{cc}$	- sopstvene induktivnosti navoja statora,
$L_{ab}, L_{bc}, L_{ca}$	- međusobne induktivnosti navoja statora,
$L_{AA}, L_{BB}, L_{CC}$	- sopstvene induktivnosti navoja rotora,
$L_{AB}, L_{BC}, L_{CA}$	- međusobne induktivnosti navoja rotora,
$L_{aA}$	- međusobna induktivnost navoja "a" na statoru i navoja "A" na rotoru.

Jednačine (2.1) - (2.2) predstavljaju matematički model trofazne asinhrone mašine u domenu faznih veličina. Matrica induktivnosti je kvadratna, dimenzije 6 x 6, funkcija je vremena i trenutnog položaja rotora. Diferencijalne jednačine su nelinearne sa vremenski promenljivim koeficijentima, jer su neki od elemenata matrice induktivnosti funkcija ugla  $\vartheta$ , odnosno vremena. Stoga je matematički model u domenu faznih veličina nepogodan za analizu i mora se transformisati. Primenom odgovarajućih transformacija moguće je eliminisati vremensku zavisnost koeficijenata, tako što se originalni trofazni namotaji statora (a, b, c) i rotora (A, B, C) ekvivalentiraju fiktivnim dvofaznim namotajima. Zahvaljujući pomeraju fiktivnih navoja od 90°, nestaju sprege između navoja. Ova grupa transformacija predstavlja transformaciju rasprezanja. Elementi transformisane matrice induktivnosti su funkcije ugla  $\vartheta$ . Primenom transformacije obrtanja eliminiše se relativno kretanje između fiktivnog namotaja statora (d,q) i fiktivnog namotaja rotora (D,Q). Transformacije rasprezanja i obrtanja su uzastopne, pa se mogu spojiti u jednu kojom se postižu oba efekta [1].

Matrične transformacije koje obezbeđuju efekat rasprezanja i oslobođanje vremenske zavisnosti matrice induktivnosti poznate su iz literature [1, 2] i mogu se podeliti na realne i kompleksne transformacije rasprezanja i obrtanja. Prednosti kompleksne transformacije u odnosu na realne su:

1. Kompleksna transformacija rasprezanja jedina sprovodi potpunu dijagonalizaciju sve četiri submatrice induktivnosti.
2. Posle primene kompleksne transformacije obrtanja, u slučajevima kada ne postoje nulte komponente, dobija se jedna kompleksna diferencijalna jednačina za naponsku ravnotežu statora i jedna kompleksna diferencijalna jednačina napomske ravnoteže rotora, umesto odgovarajućih polaznih matričnih diferencijalnih jednačina. Druga dobijena jednačina za stator i za rotor je konjugovano kompleksna sa prvom i može se izostaviti iz razmatranja jer ne nosi nikakvu novu informaciju. Kompleksne promenljive (struje, fluksevi i naponi) koje se dobijaju nakon primene

kompleksne transformacije rasprezana i obrtanja predstavljaju vektore (prostorne vektore, polifazore, *space vectors*) koji su funkcije vremena.

3. U slučaju potrebe može se jednostavno preći u najbliži realni domen primenom odgovarajuće inverzne transformacione matrice.

Za simulaciju pogona korišćen je model asinhronne mašine u realnom području, a za odgovarajuća matematička izvođenja korišćen je model asinhronne mašine u kompleksnom području.

Ako primenimo kompleksnu transformaciju [1,2] na veličine trofazne asinhronne mašine dobija se:

$$\underline{f}_s = \frac{2}{3} [f_a + af_b + a^2 f_c]; \quad a = e^{j\frac{2\pi}{3}}; \quad (2.11)$$

$$\underline{f}_r = \frac{2}{3} [f_A + af_B + a^2 f_C]. \quad (2.12)$$

gde su:

$$f = i, \psi, u,$$

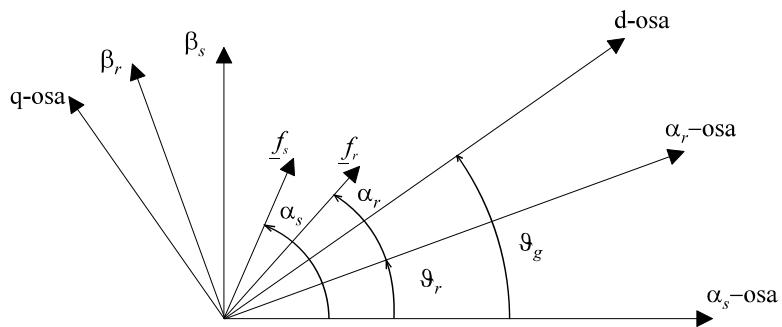
f - vektor odgovarajuće veličine statora ili rotora.

Svaki vektor se može izraziti u polarnoj formi [1]

$$\underline{f}_s = |f_s| e^{j\alpha_s}; \quad (2.13)$$

$$\underline{f}_r = |f_r| e^{j\alpha_r}. \quad (2.14)$$

i grafički predstaviti u kompleksnoj ravni u vidu potega koji polazi iz koordinatnog početka i zaklapa ugao  $\alpha_s$  odnosno  $\alpha_r$  sa pozitivnim delom odgovarajuće realne referentne ose a ima dužinu proporcionalnu njegovom modulu, što je ilustrovano na sl. 2.2.



Sl. 2.2. Ilustracija vektora u različitim koordinatnim sistemima

Na sl. 2.2. prikazana su tri koordinatna sistema pri čemu je koordinatni sistem  $\alpha_s - \beta_s$  vezan za stator, koordinatni sistem  $\alpha_r - \beta_r$  je vezan za rotor, dok se koordinatni sistem d - q obrće sa brzinom  $\omega_g$ , tzv. generalizovani koordinatni sistem.

$$\omega_g = \frac{d\theta_g}{dt}. \quad (2.15)$$

Transformacija kretanja je zamena jedne referentne ose drugom. Izbor transformacije kretanja svodi se na izbor referentne ose koordinatnog sistema. Vektor statorskih (rotorskih) veličina  $\underline{f}_s(\underline{f}_r)$  u generalizovanom koordinatnom sistemu glasi:

$$\underline{f}_{sg} = \underline{f}_s e^{-j\theta_g} = |\underline{f}_s| e^{j(\alpha_s - \theta_g)}; \quad (2.16)$$

$$\underline{f}_{rg} = \underline{f}_r e^{-j(\theta_g - \theta_r)} = |\underline{f}_r| e^{j(\alpha_r - \theta_g)}. \quad (2.17)$$

Primenom jednačina (2.11), (2.12), (2.16) i (2.17) na jednačine (2.1), (2.2) i primenom navojne transformacije, dobijaju se jednačine naponske ravnoteže u kompleksnom domenu:

$$\underline{u}_{sg} = R_s \underline{i}_{sg} + \frac{d\underline{\psi}_{sg}}{dt} + j\omega_g \underline{\psi}_{sg}; \quad (2.18)$$

$$\underline{u}_{rg} = R_r \underline{i}_{rg} + \frac{d\underline{\psi}_{rg}}{dt} + j(\omega_g - \omega) \underline{\psi}_{rg}; \quad (2.19)$$

$$\underline{\psi}_{sg} = L_s \underline{i}_{sg} + L_m \underline{i}_{rg}; \quad (2.20)$$

$$\underline{\psi}_{rg} = L_r \underline{i}_{rg} + L_m \underline{i}_{sg}. \quad (2.21)$$

Elektromagnetski moment u terminima vektora [1, 2] glasi:

$$m_e = \frac{3}{2} p (\underline{\psi}_s \times \underline{i}_s). \quad (2.22)$$

Jednačine (2.3), (2.18) - (2.22) predstavljaju matematički model asinhrone mašine u kompleksnom domenu. Vektor  $\underline{f}_g$  se može predstaviti kao svaki kompleksan broj preko njegovog realnog i imaginarnog dela:

$$\underline{f}_g = f_d + jf_q . \quad (2.23)$$

gde su:

- $\underline{f}_g$  - vektor fluksa, struje, napona u generalizovanom koordinatnom sistemu,
- $f_d, f_q$  - projekcije vektora na  $d, q$  osu,
- $j$  - imaginarna jedinica.

Ako se odgovarajući vektori predstave pomoću jednačine (2.23) i uvrste u jednačine (2.18) - (2.22) a zatim izvrši razdvajanje realnih i imaginarnih delova, dobija se model asinhrone mašine u  $B_g T_s$  domenu prikazan sa jednačinama stanja (2.3), (2.24) - (2.26)

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_d}{dt} &= u_d - R_s i_d + \omega_g \psi_q ; \\ \frac{d\psi_q}{dt} &= u_q - R_s i_q - \omega_g \psi_d ; \\ \frac{d\psi_D}{dt} &= u_D - R_r i_D + (\omega_g - \omega) \psi_Q ; \\ \frac{d\psi_Q}{dt} &= u_Q - R_r i_Q - (\omega_g - \omega) \psi_D ; \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} \psi_d &= L_s i_d + L_m i_D \quad ; \quad \psi_D = L_r i_D + L_m i_d ; \\ \psi_q &= L_s i_q + L_m i_Q \quad ; \quad \psi_Q = L_r i_Q + L_m i_q ; \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p}{J} \left( m_e - m_m - \frac{k_{tr}}{p} \omega \right); \quad (2.3)$$

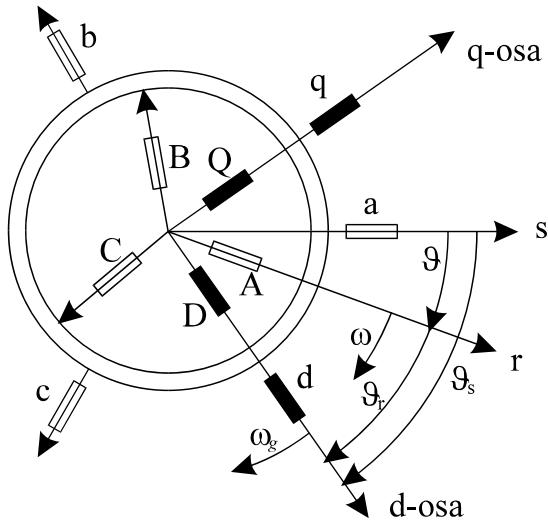
$$m_e = \frac{3}{2} p (\psi_d i_q - \psi_q i_d). \quad (2.26)$$

gde su:

- $L_s$  - sopstvena induktivnost navoja statora,

$L_m$	- međusobna induktivnost navoja statora i navoja rotora,
$L_r$	- sopstvena induktivnost navoja rotora svedena na stator,
$f$	- $u, i, \psi$ ,
$f_d, f_q$	- veličine d -navoja, q-navoja na statoru,
$f_D, f_Q$	- veličine D-navoja, Q-navoja na rotoru svedene na stator,
$\omega_g$	- brzina obrtanja koordinatnog sistema.

Ilustracija transformacije originalnih faznih navoja na ekvivalentne navoje u rotacionom d, q području data je na sl. 2.3. gde se vidi i međusobni odnos pojedinih uglova.



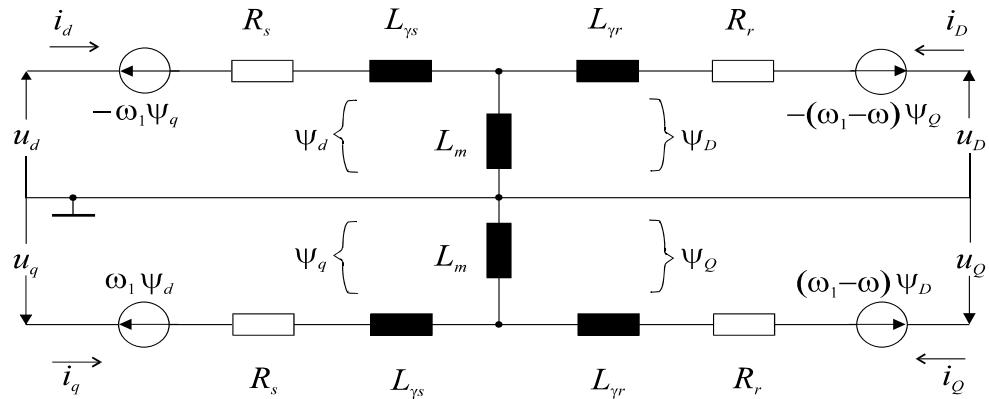
Sl. 2.3. Prikaz transformacije namotaja asinhronne mašine na obrtni sistem zajedničkih osa

Kod asinhronne mašine postoji sloboda u izboru brzine obrtanja referentnog koordinatnog sistema [1-3]. Postoje tri varijante koje se najčešće koriste:

- $\omega_g = \omega_1 = 2\pi f_1$ , gde je  $f_1$  učestanost napona napajanja statora, što odgovara sinhrono rotirajućem koordinatnom sistemu osa,
- $\omega_g = \omega$ , čime se dobija model sa referentnim osama koje rotiraju brzinom rotora,
- $\omega_g = 0$ , čime se dobija model u stojećem sistemu osa.

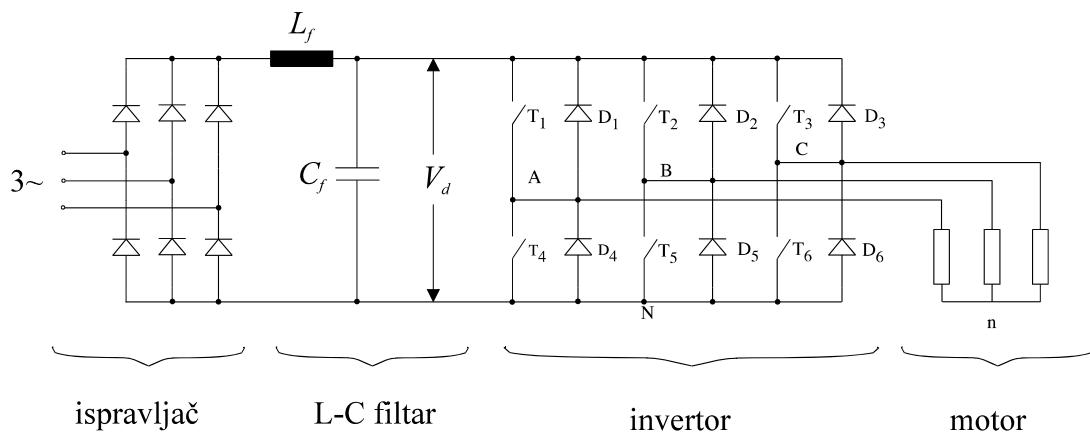
Za razmatranja u ovom radu izabran je koordinatni sistem koji rotira sinhronom brzinom. Rotorski namotaj je kavezni pa stoga treba uvažiti  $u_D = 0$ ,  $u_Q = 0$ .

Matematički model asinhronne mašine predstavlja jedan od načina opisivanja pojava u električnim mašinama. Drugi način predstavljanja pojava u električnim mašinama su ekvivalentne šeme [1-3]. Ekvivalentna šema asinhronne mašine u sinhrono rotirajućem sistemu referentnih osa prikazana je na sl. 2.4.



Sl. 2.4. Ekvivalentna šema asinhronе mašine u sinhrono rotirajućem koordinatnom sistemu osa  
2.2. MODELOVANJE INVERTORA

Za realizaciju elektromotornog pogona promenljive brzine sa asinhronim motorom potreban je pretvarač snage sa promenljivim izlaznim naponom i frekvencijom [2,4]. U tu svrhu koristi se dvostepeni energetski pretvarač. Razvojem energetske elektronike, usavršeni su pretvarači sa jednosmernim međukolom, tako da je moguće ostvariti kvalitetnu kontrolu dinamike izlaznog napona. Na sl. 2.5. prikazan je statički pretvarač sa jednosmernim međukolom.



Sl. 2.5. Statički pretvarač sa jednosmernim međukolom

Jednosmerni napon najčešće se dobija iz diodnog ispravljača. Problem sa energijom tokom kočenja asinhronog motora može se rešiti pomoću još jednog ispravljača ili pomoću otpornika za kočenje u jednosmernom međukolu. Najjednostavniji način rada ovog pretvarača ima se kada je učestanost izlaznog napona jednaka prekidačkoj učestanosti samog invertora. Tada je najlakše upravljati sa prekidačkim elementima ali su napon i struja bogati višim harmonicima. Uvođenjem

većeg broja impulsa po periodi poboljšava se harmonijski sastav izlaznog napona. Osnovni cilj tehnike PWM je kontrola amplitude i učestanosti izlaznog napona, pri konstantnom jednosmernom naponu  $V_d$ , tako da harmonici budu što manji.

Invertor se sastoji od šest tranzistora i njima paralelno vezanih povratnih dioda. Tranzistori rade u prekidačkom režimu, što znači da su u zasićenju ili su zakočeni. Ovim invertorom se jednosmerni napon napajanja konvertuje u trofazni sistem napona različitog oblika.

Jednosmerno međukolo sastoji se od induktivnosti  $L_f$  i kondenzatora  $C_f$ . Kondenzator  $C_f$  treba da eliminiše harmonike napona  $V_d$ . Induktivnost  $L_f$  ograničava struju punjenja kondenzatora  $C_f$ . U zavisnosti od vrednosti  $L_f$ ,  $C_f$  i opterećenja motora, struja kroz induktivnost  $L_f$  može biti kontinualna ili diskontinualna.

Trenuci komutacije prekidača određeni su poređenjem sinusne reference struje (napona) i trougaonog modulišućeg nosioca. Postoji više različitih načina za određivanje trenutaka komutacije.

Definišu se odnosi:

$$m_a = \frac{\hat{V}_1}{\hat{V}_{tr}}; \quad m_f = \frac{f_c}{f_1}. \quad (2.27, 2.28)$$

gde je:

$m_a$  -indeks amplitudske modulacije (amplituda prvog harmonika,  $\hat{V}_1$  / amplituda trougaonog nosioca,  $\hat{V}_{tr}$  ),

$m_f$  -relativna frekvencija modulacije (učestanost modulišućeg signala,  $f_c$  / učestanost izlaznog napona invertora,  $f_1$ ).

Čućej je u radu [33] izložio harmonijsku analizu PWM napona i opisao prirodnu i regularnu tehniku odabiranja. Postoje različiti tipovi PWM invertora [4] i to pre svega:

- PWM invertori kojima se postiže eliminisanje nekog harmonika.
- Kod sinusnog PWM invertora trougaoni nosilac se poredi sa sinusnim modulišućim signalom fundamentalne učestanosti. Tačke preseka određuju trenutke komutacije prekidača (prirodno odabiranje). Promenom amplitude i učestanosti modulišućeg signala utiče se na učestanost i amplitudu prvog harmonika napona invertora. Modulišući signal koji se koristi kod sinusnog PWM ima oblik:

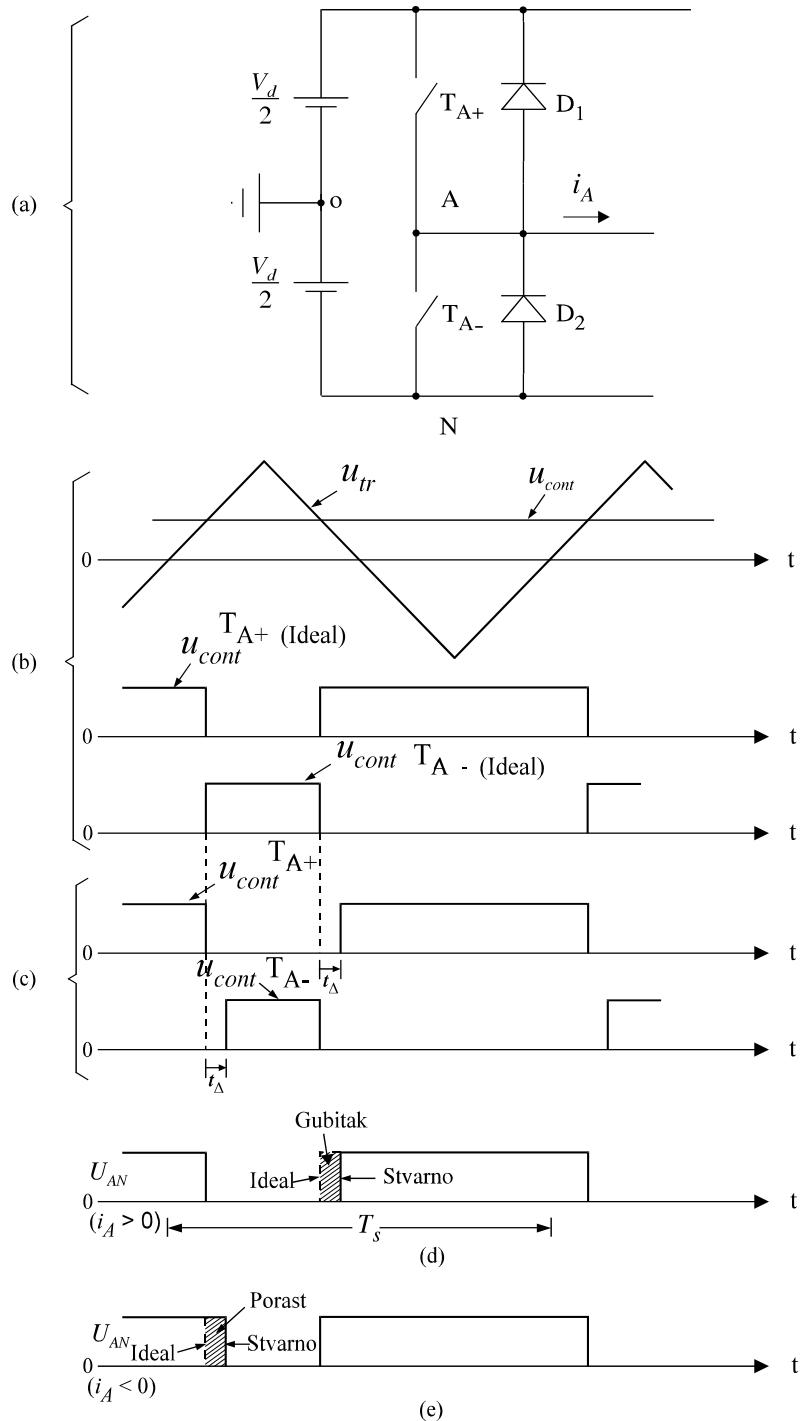
$$G(t) = m_a \sin \omega_1 t. \quad (2.29)$$

- Strujno kontrolisani PWM invertor je u stvari naponski PWM invertor snabdeven sa brzom povratnom spregom po struji.

Tranzistorski invertor prikazan na sl. 2.5. u stvarnosti unosi nelinearnosti, iz sledećih razloga:

- Prelazni procesi u poluprovodničkim elementima zahtevaju konačan vremenski interval između trenutka isključenja jednog i trenutka uključenja drugog prekidačkog elementa u svakoj od grana invertora. U tom vremenskom intervalu, prekida se upravljanje izlaznim naponom, što dovodi do problema u upravljanju strujom.
- Konačno vreme kašnjenja između promene stanja upravljačkog signala na ulazu (bazi) tranzistorskog prekidača ( $T_1 - T_6$ ) i promene stanja na izlazu tranzistorskog prekidača invertorskog mosta.
- Neidealnost stacionarnih stanja prekidačkih elemenata (otpor vođenja i struja curenja).

Za invertore koji izlazni napon generišu pomoću impulsno-širinske modulacije neophodno je izvesno vreme tokom koga su isključena oba prekidača u grani, kako bi se izbeglao da istovremeno vode oba prekidača. Tokom trajanja mrtvog vremena napon invertora je neupravljiv. Polaritet napona je određen smerom struje a amplituda izlaznog napona je određena naponom jednosmernog međukola. Tokom mrtvog vremena struja može teći samo kroz povratne diode. Choi u radovima [15-18] ukazuje da za vreme trajanja mrtvog vremena bez obzira na smer struje, dolazi do smanjenja amplitude struje faze invertora, nezavisno od referentne vrednosti struje. Ako je struja faze bliska nuli na početku mrtvog vremena, onda ona opada na nulu i ne menja vrednost tokom ostatka mrtvog vremena. Izobličenja fazne struje invertora su najizraženija kada struje faze prolaze kroz nulu i pri malim vrednostima učestanosti napona.



Sl. 2.6. Efekat mrvog vremena invertora

Uticaj mrvog vremena na izlazni napon invertora objasnjen je na primeru jedne grane trofaznog invertora, sto je prikazano na sl. 2.6a. Prikazan je izgled naponske reference  $u_{cont}$  za koju se prepostavlja da je konstantna tokom jedne prekidačke periode. Poređenjem napona  $u_{cont}$  sa trougaonim nosiocem  $u_{tr}$  određeni su uglovi paljenja prekidačkih komponenti. Upravljački signali za gornji prekidač  $T_{A+}$  i donji  $T_{A-}$  su prikazani na sl. 2.6b.

Upravljački signali prikazani na sl. 2.6b. ne uvažavaju efekat mrtvog vremena. Ako bismo bili u mogućnosti da dovodimo ove upravljačke signale na bazu (gejt) prekidača invertora onda ne bi bilo izobličenja izlaznog napona invertora usled efekta mrtvog vremena. U praksi, zbog konačnog vremena uključenja i isključenja prekidača, mora se uvažiti mrtvo vreme tako da se prekidači uključuju u trenucima kao na sl. 2.6c. Prekidač  $T_{A+}$  je isključen, ali trenutak uključenja prekidača  $T_{A-}$  mora biti pomeren za vreme  $t_\Delta$  u odnosu na trenutak isključenja prekidača  $T_{A+}$ . Analogno se dešava pri isključenju prekidača  $T_{A-}$ . Tokom mrtvog vremena isključena su oba prekidača, polaritet napona usled mrtvog vremena određen je smerom struje, kao što je prikazano na sl. 2.6d. i 2.6e.

Moguća su četiri slučaja u pogledu znaka struje i komutacije prekidača u grani. U prvom slučaju neka se prekidač  $T_{A+}$  isključuje, a  $T_{A-}$  uključuje, struja invertora  $i_A$  neka je pozitivna. Tokom mrtvog vremena struju će provoditi dioda  $D_2$ , napon  $U_{AN}$  je jednak nuli. Kada ne bi bilo mrtvog vremena, tada bi napon  $U_{AN}$  imao istu vrednost (jednaku nuli) kao kada se uvaži mrtvo vreme.

U drugom slučaju  $T_{A+}$  prekidač se uključuje, a  $T_{A-}$  se isključuje, struja invertora  $i_A$  je pozitivna. Struju će provoditi dioda  $D_2$  tokom mrtvog vremena, napon  $U_{AN}$  je jednak nuli. Kada ne bi uvažili mrtvo vreme, tada bi napon  $U_{AN}$  iznosio  $V_d$ . Usled mrtvog vremena ima se gubitak napona u odnosu na idealan slučaj.

U trećem slučaju prekidač  $T_{A+}$  se uključuje, a  $T_{A-}$  se isključuje, struja invertora je  $i_A$  negativna. Tokom mrtvog vremena struju će provoditi dioda  $D_1$ , napon  $U_{AN}$  je jednak nuli. Kad ne bi bilo mrtvog vremena, tada bi napon  $U_{AN}$  imao istu vrednost (jednaku nuli) kao kada se uvaži mrtvo vreme.

U četvrtom slučaju prekidač  $T_{A+}$  se isključuje, a  $T_{A-}$  se uključuje, struja invertora  $i_A$  je negativna. Struju će provoditi dioda  $D_1$  tokom mrtvog vremena, napon  $U_{AN}$  iznosi  $V_d$ . Kada ne bi uvažili mrtvo vreme, tada bi napon  $U_{AN}$  bio jednak nuli.

Naponsko odstupanje prouzrokovano mrtvim vremenom  $u_\varepsilon$  definisano je kao razlika napona  $U_{AN}$  bez uvažavanja mrtvog vremena i napona  $U_{AN}$  sa uvažavanjem mrtvog vremena [4].

$$u_\varepsilon = (U_{AN})_{ideal} - (U_{AN})_{stvarno} \quad (2.30)$$

Napon  $u_\varepsilon$  je impulsnog oblika i ima sledeće osobine:

1. Amplituda impulsnog napona je jednaka naponu jednosmernog međukola  $V_d$ .
2. Širina impulsa je  $t_\Delta$ .
3. Polaritet impulsa zavisi od polariteta struje  $i_A$ .

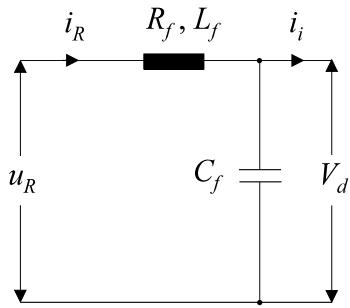
Za savremene prekidačke komponente mrtvo vreme iznosi manje od  $10 \mu\text{s}$ . Asinhroni motor napajan iz PWM invertora neće reagovati na izobličenje napona tokom tako malog vremenskog perioda. Izobličenje napona invertora usled mrtvog vremena akumulira se tokom periode struje  $i_A$ . Sa porastom prekidačke učestanosti  $f_c$  raste izobličenje napona usled mrtvog vremena. Za stabilnost rada asinhronog motora, rizik predstavlja tendencija akumulacije izobličenja. Pri učestanostima

osnovnog harmonika izlaznog napona koje su ispod polovine nominalne vrednosti, postoji mogućnost pojave podržanih oscilacija.

### 2.3. MATEMATIČKI MODEL ULAZNE ISPRAVLJAČKE SEKCIJE PRETVARAČA SNAGE

U zavisnosti od invertora, filter u jednosmernom međukolu može biti elektrolitski kondenzator, L-C filter ili induktivnost. Upotreboom kondenzatora od nekoliko milifarada smanjene su fluktuacije napona  $V_d$  na zadovoljavajući nivo. Filter ima dvojnu ulogu. Smanjuje harmonike napona  $V_d$  na ulazu invertora koje unosi ispravljač. Druga uloga se sastoji u ograničavanju harmonika struje  $i_R$  koje unosi invertor. Kao induktivnost filtra  $L_f$  najčešće je dovoljna komutaciona induktivnost mreže koja napaja ispravljač. Razvojem pretvarača snage značajna pažnja se posvećuje minimizaciji filtra u jednosmernom međukolu [34], uz primenu odgovarajućih tehnika PWM.

Jednosmerno međukolo (L-C filter) naponskog invertora prikazano je na sl. 2.7.



Sl. 2.7. L-C filter

Ako je struja ispravljača  $i_R > 0$ , L-C filter se može opisati sa sledeće dve diferencijalne jednačine u stacionarnom koordinatnom sistemu:

$$\frac{di_R}{dt} = \frac{u_R - R_f i_R - V_d}{L_f}; \quad (2.31)$$

$$\frac{dV_d}{dt} = \frac{i_R - i_i}{C_f}. \quad (2.32)$$

gde su:

- |       |  |
|-------|--|
| $R_f$ | - otpor prigušnice,                        |
| $L_f$ | - induktivnost filtra,                     |
| $C_f$ | - kapacitivnost filtra,                    |
| $V_d$ | - napon invertora na jednosmernoj strani,  |
| $i_i$ | - struja invertora na jednosmernoj strani, |
| $u_R$ | - napon ispravljača.                       |

$$u_R = U_{R0} - \frac{3\omega_M L i_R}{\pi}; \quad (2.33)$$

$$U_{R0} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} U_{sm}. \quad (2.34)$$

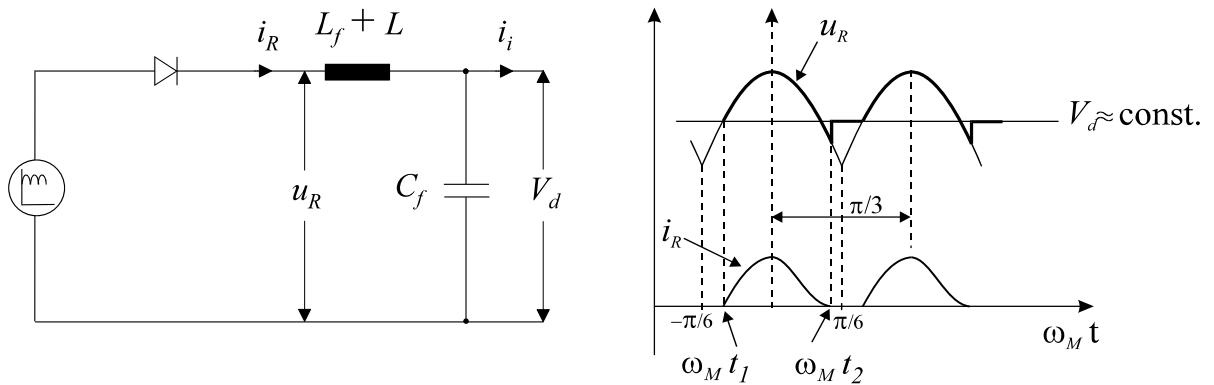
gde su:

- $L$  - komutaciona induktivnost,
- $U_{sm}$  - maksimalna vrednost faznog napona,
- $\omega_M$  - učestanost mreže.

Jednačina (2.33) važi samo za slučaj kada je struja  $i_R$  kontinualna.

Matematički model jednosmernog međukola (2.31) i (2.32) napisan je uz pretpostavku da je struja  $i_R > 0$  odnosno da je kontinualna. Matematički model pogona prikazanog na sl. 2.5. sadrži sedam nelinearnih diferencijalnih jednačina.

Pretvarač snage treba da poseduje što manji gabarit i težinu pa se zbog toga u jednosmerno međukolo postavlja induktivnost relativno male vrednosti. Struja  $i_R$  postaje diskontinualna ako se induktivnost filtra  $L_f$  smanji ispod neke vrednosti ili ako je struja mala, što nije uvaženo u (2.31) i (2.32). Većina pretvarača zaista ima ulazni stepen u diskontinualnom modu. Na sl. 2.8. su prikazani vremenski oblici za napon  $V_d$  i struju  $i_R$  uz pretpostavku da je struja  $i_R$  diskontinualna.



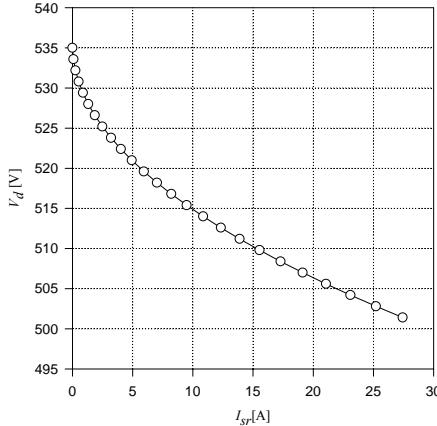
Sl. 2.8. Diskontinualni režim filtra

Srednja vrednost struje kroz induktivnost filtra je :

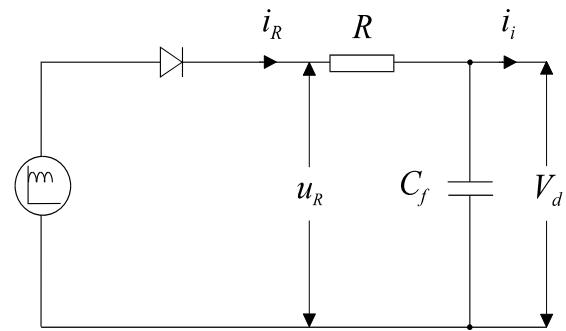
$$\begin{aligned} I_{sr} &= \frac{6}{2\pi} \int_{\omega_M t_1}^{\omega_M t_2} i_R(t) d(\omega_M t) = \frac{6\sqrt{2}\sqrt{3}U_{sm}}{2\pi\omega_M(L_f + L)} [\cos(\omega_M t_1) - \cos(\omega_M t_2)] - \\ &- \frac{6\sqrt{2}\sqrt{3}U_{sm}}{2\pi(L_f + L)} (t_2 - t_1) \sin \omega_M t_1 + \frac{6V_d \omega_M t_1}{2\pi(L_f + L)} (t_2 - t_1) - \frac{3V_d}{2\pi(L_f + L)} \omega_M (t_2^2 - t_1^2); \end{aligned}$$

$$t_1 = \frac{1}{\omega_M} \arccos \frac{V_d}{\sqrt{2} \sqrt{3} U_{sm}}; \\ \frac{\sqrt{2} \sqrt{3} U_{sm}}{\omega} [\sin(\omega t_2) - \sin(\omega t_1)] - V_d(t_2 - t_1) = 0. \quad (2.35)$$

Promenom napona  $V_d$  u (2.35) moguće je dobiti izlaznu karakteristiku kola na sl. 2.8, zavisnost  $I_{sr}$  -  $V_d$ . Uobičajeno se daje zavisnost  $V_d$  -  $I_{sr}$ , što je prikazano na sl. 2.9.



Sl. 2.9. Izlazna karakteristika filtra

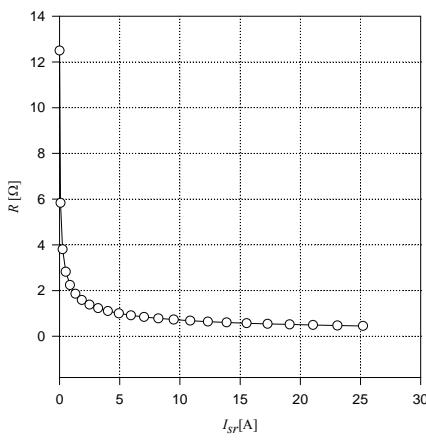


Sl. 2.10. Ekvivalentno kolo L-C filtra za diskontinualni režim

Vremenski tok struje  $i_R$  se ponavlja svakih 3,3 ms, što je puno manje od električne vremenske konstante asinhronog motora. Ovo omogućuje da se L-C filter u kolu na sl. 2.8. zameni sa R-C kolom, što je prikazano na sl. 2.10.

Otpornost  $R$  u kolu na sl. 2.10. je promenljiva sa strujom  $I_{sr}$ . Otpornost  $R$  grafički predstavlja nagib tangente na krivoj  $I_{sr}$  -  $V_d$  u dатој радној тачки.

$$R = \left| \frac{\partial V_d}{\partial I_{sr}} \right|. \quad (2.36)$$



Zavisnost  $V_d$  -  $I_{sr}$  i  $R$  -  $I_{sr}$  na sl. 2.9. i 2.11. dobijene su za  $L_f = 1,1$  mH i  $C_f = 2,2$  mF.

Matematički model L-C filtra za diskontinualni režim sadrži samo jednu jednačinu stanja sa naponom kondenzatora kao promenljivom stanja.

$$\frac{dV_d}{dt} = \frac{u_R - V_d}{RC_f} - \frac{i_i}{C_f}. \quad (2.37)$$

Sl. 2.11. Otpornost R

Jednačine (2.31), (2.32) i (2.37) su matematički model L-C filtra u kontinualnom odnosno diskontinualnom režimu. U narednom poglavljju biće uspostavljena veza između promenljivih stanja L-C filtra i veličina motora, što će omogućiti da se dobije matematički model celokupnog pogona. Dobijeni matematički model pogona koristi se za dobijanje linearizovanog matematičkog modela.

### 3. STABILNOST POGONA ASINHRONOG MOTORA KOJI SE NAPAJA IZ PWM INVERTORA

Skup diferencijalnih jednačina koji predstavlja matematički model pogona asinhronog motora je nelinearan. Analiza stabilnosti nelinearnog sistema zahteva primenu prve i druge Ljapunovljeve metode. Da bismo primenili relativno jednostavne kriterijume stabilnosti razvijene za linearne sisteme potrebno je izvršiti linearizaciju skupa diferencijalnih jednačina. Podržane oscilacije imaju malu amplitudu pa je greška koja se čini pri linearizaciji prihvatljiva. U svakoj tački  $f_1 - m_e$  ravnici izračunavaju se sopstvene vrednosti Jakobijevih matrica linearizovanog sistema, kako bi se dobila oblast u kojoj bar jedna sopstvena vrednost ima pozitivan realan deo, dakle oblast nestabilnosti.

Linearizovan matematički model (model za režim malih poremećaja) moguće je dobiti na dva načina [1,2]. Razvojem u Taylorov red promenljivih (struja, flukseva, napona, momenata) oko stacionarne vrednosti, uz zanemarenje svih članova koji su drugog reda. Drugi način da se dobije linearizovan matematički model je da se svaka promenljiva izrazi kao suma stacionarne vrednosti i odstupanja od stacionarne vrednosti, uz zanemarenje proizvoda dva odstupanja i eliminaciju stacionarnih vrednosti. U radu je korišćen drugi način za dobijanje linearizovanog modela.

#### 3.1. LINEARIZOVANI MATEMATIČKI MODEL POGONA

##### 3.1.1. *Linearizovani matematički model asinhronog motora*

Matematički model asinhronog motora izведен je u odeljku 2.1. Jednačine naponske ravnoteže (2.18), (2.19) i jednačina kretanja (2.3) zajedno sa jednačinom za moment konverzije (2.22), koriste se za dobijanje linearizovanog modela asinhronog motora. Za analizu stabilnosti asinhronog motora uobičajeno se koristi linearizovan matematički model napisan u sinhrono rotirajućem koordinatnom sistemu. Jednačine naponske ravnoteže asinhronre mašine u sinhrono rotirajućem koordinatnom sistemu dobijaju se kada se u (2.18) i (2.19) uvrsti  $\omega_g = \omega_1$ .

$$\underline{u}_s = R_s \dot{\underline{i}}_s + \frac{d\underline{\psi}_s}{dt} + j\omega_1 \underline{\psi}_s ; \quad (3.1)$$

$$\underline{u}_r = R_r \dot{\underline{i}}_r + \frac{d\underline{\psi}_r}{dt} + j(\omega_1 - \omega) \underline{\psi}_r . \quad (3.2)$$

Sve veličine su definisane u odeljku 2.1.

Uvođenje linearizacije nelinearnih relacija se zasniva na pretpostavci da je nastupio mali poremećaj oko stacionarne vrednosti i da se svaka promenljiva može predstaviti kao suma stacionarne vrednosti i odstupanja od stacionarne vrednosti:

$$\begin{aligned} \underline{u}_s &= \underline{u}_{s0} + \Delta \underline{u}_s ; & \underline{u}_r &= \underline{u}_{r0} + \Delta \underline{u}_r ; \\ \underline{i}_s &= \underline{i}_{s0} + \Delta \underline{i}_s ; & \underline{i}_r &= \underline{i}_{r0} + \Delta \underline{i}_r ; \\ \underline{\psi}_s &= \underline{\psi}_{s0} + \Delta \underline{\psi}_s ; & \underline{\psi}_r &= \underline{\psi}_{r0} + \Delta \underline{\psi}_r ; \\ \omega_1 &= \omega_{10} + \Delta \omega_1 ; & \omega &= \omega_0 + \Delta \omega . \end{aligned} \quad (3.3)$$

Veličine sa indeksom 0 odgovaraju stacionarnim vrednostima odgovarajućih veličina. Veličine sa prefiksom  $\Delta$  predstavljaju odstupanje odgovarajućih veličina od stacionarnih vrednosti. Uvrštavajući jednačinu (3.3) u (3.1) i (3.2), zanemarujući proizvode odstupanja kao i poništavajući stacionarne vrednosti sa jedne i druge strane znaka jednakosti, dobija se:

$$\Delta \underline{u}_s = R_s \Delta \underline{i}_s + \frac{d \Delta \underline{\psi}_s}{dt} + j \Delta \omega_1 \underline{\psi}_{s0} + j \omega_{10} \Delta \underline{\psi}_s ; \quad (3.4)$$

$$\Delta \underline{u}_r = R_r \Delta \underline{i}_r + \frac{d \Delta \underline{\psi}_r}{dt} + j(\Delta \omega_1 - \Delta \omega) \underline{\psi}_{r0} + j(\omega_{10} - \omega_0) \Delta \underline{\psi}_r . \quad (3.5)$$

Vektore  $\Delta \underline{i}_s$ ,  $\Delta \underline{i}_r$  neophodno je izraziti pomoću  $\Delta \underline{\psi}_s$ ,  $\Delta \underline{\psi}_r$  da bi se dobio fluksni model.

$$\Delta \underline{i}_s = \frac{1}{L'_s} \Delta \underline{\psi}_s - \frac{k_r}{L'_s} \Delta \underline{\psi}_r ; \quad (3.6)$$

$$\Delta \underline{i}_r = \frac{-k_s}{L'_r} \Delta \underline{\psi}_s + \frac{1}{L'_r} \Delta \underline{\psi}_r . \quad (3.7)$$

gde su:

$$k_s = \frac{L_m}{L_s} \quad \text{- koeficijent sprege namotaja statora,}$$

$$k_r = \frac{L_m}{L_r} \quad \text{- koeficijent sprege namotaja rotora,}$$

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} \quad \text{- ukupni koeficijent rasipanja,}$$

$$L'_s = L_s \sigma, \quad L'_r = L_r \sigma.$$

Jednačine stanja linearizovanog matematičkog modela dobijene iz jednačina naponske ravnoteže (3.1) i (3.2) glase:

$$\frac{d\Delta\psi_s}{dt} = \left( -\frac{1}{T'_s} - j\omega_{10} \right) \Delta\psi_s + \frac{k_r}{T'_s} \Delta\psi_r - j\Delta\omega_1 \underline{\psi}_{s0} + \Delta\underline{u}_s; \quad (3.8)$$

$$\frac{d\Delta\psi_r}{dt} = \frac{k_s}{T'_r} \Delta\psi_s + \left( -\frac{1}{T'_r} - j(\omega_{10} - \omega_0) \right) \Delta\psi_r - j\Delta\omega_1 \underline{\psi}_{r0} + j\Delta\omega \underline{\psi}_{r0} + \Delta\underline{u}_r. \quad (3.9)$$

gde su:

$$T'_s = \frac{L'_s}{R_s} \quad \text{- vremenska konstanta prelaznih pojava u statorskem namotu,}$$

$$T'_r = \frac{L'_r}{R_r} \quad \text{- vremenska konstanta prelaznih pojava u rotorskom namotu.}$$

Sličnom procedurom dolazi se do linearizovane jednačine za elektromagnetični moment. Jednačina za elektromagnetični moment izražena preko flukseva statora i rotora:

$$m_e = \frac{3}{2} p \frac{k_r}{L'_s} (\underline{\psi}_r \times \underline{\psi}_s) = \frac{3}{2} p \frac{k_r}{L'_s} [(\underline{\psi}_{r0} + \Delta\psi_r) \times (\underline{\psi}_{s0} + \Delta\psi_s)]. \quad (3.10)$$

Linearizovana jednačina za elektromagnetični moment:

$$\begin{aligned} \Delta m_e &= \frac{3}{2} p \frac{k_r}{L'_s} (\underline{\psi}_{r0} \times \Delta\psi_s + \Delta\psi_r \times \underline{\psi}_{s0}) \\ &= \frac{3}{2} p \frac{k_r}{L'_s} [(\psi_{D0} \Delta\psi_q - \psi_{Q0} \Delta\psi_d) + (\psi_{q0} \Delta\psi_D - \psi_{d0} \Delta\psi_Q)]. \end{aligned} \quad (3.11)$$

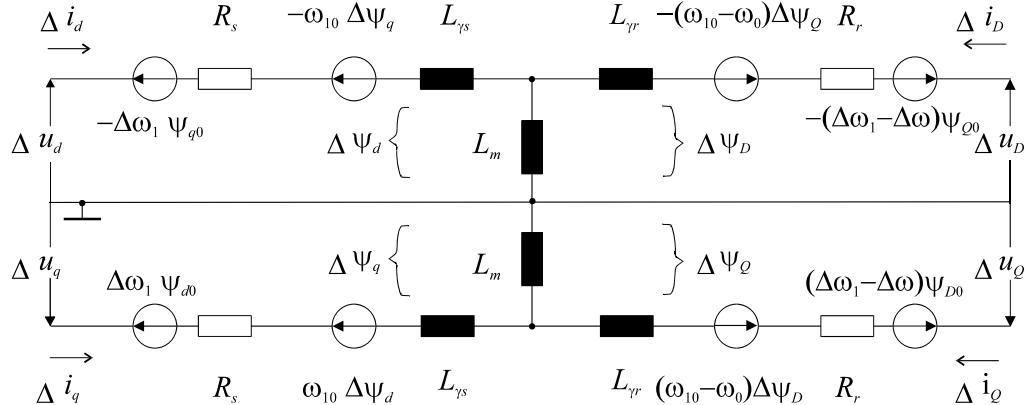
Jednačina kretanja u linearizovanom obliku ima sledeću formu:

$$\frac{d\Delta\omega}{dt} = \frac{p}{J} (\Delta m_e - \Delta m_m) - \frac{k_{tr}}{J} \Delta\omega. \quad (3.12)$$

Za prelazak u realno područje neophodno je (2.23) uvrstiti u odgovarajuće jednačine i razdvojiti realne i imaginarnе delove tako da kompletan linearizovani model asinhronog motora u realnom domenu glasi:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\Delta\psi_d}{dt} &= -\frac{1}{T'_s}\Delta\psi_d + \omega_{10}\Delta\psi_q + \frac{k_r}{T'_s}\Delta\psi_D + \Delta\omega_1\psi_{q0} + \Delta u_d; \\
 \frac{d\Delta\psi_q}{dt} &= -\omega_{10}\Delta\psi_d - \frac{1}{T'_s}\Delta\psi_q + \frac{k_r}{T'_s}\Delta\psi_Q - \Delta\omega_1\psi_{d0} + \Delta u_q; \\
 \frac{d\Delta\psi_D}{dt} &= \frac{k_s}{T'_r}\Delta\psi_d - \frac{1}{T'_r}\Delta\psi_q + (\omega_{10} - \omega_0)\Delta\psi_Q + \Delta\omega_1\psi_{Q0} - \Delta\omega\psi_{Q0} + \Delta u_D; \\
 \frac{d\Delta\psi_Q}{dt} &= \frac{k_s}{T'_r}\Delta\psi_q - \frac{1}{T'_r}\Delta\psi_Q - (\omega_{10} - \omega_0)\Delta\psi_D - \Delta\omega_1\psi_{D0} + \Delta\omega\psi_{D0} + \Delta u_Q; \\
 \frac{d\Delta\omega}{dt} &= \frac{3p^2}{2J}\frac{k_r}{L'_s}[(\psi_{D0}\Delta\psi_q - \psi_{Q0}\Delta\psi_d) + (\psi_{q0}\Delta\psi_D - \psi_{d0}\Delta\psi_Q)] - \frac{k_{tr}}{J}\Delta\omega - \frac{p}{J}\Delta m_m. \quad (3.13)
 \end{aligned}$$

Promenljive stanja u linearizovanom modelu (3.13) asinhronе mašine su  $\Delta\psi_d$ ,  $\Delta\psi_q$ ,  $\Delta\psi_D$ ,  $\Delta\psi_Q$  i  $\Delta\omega$ .



Sl. 3.1. Ekvivalentna šema asinhronog motora nakon izvršene linearizacije

Na sl. 3.1. prikazana je ekvivalentna šema asinhronog motora nakon izvršene linearizacije. U odnosu na ekvivalentnu šemu asinhronog motora sl. 2.3, prisutni su dodatni članovi u statorskoj i rotorskoj grani usled izvršene idealizacije.

Matrica sistema linearizovanog modela asinhronog motora, potrebna za analizu stabilnosti, glasi:

$$\mathbf{A}_{\text{AM}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T'_s} & \omega_{10} & \frac{k_r}{T'_s} & 0 & 0 \\ -\omega_{10} & -\frac{1}{T'_s} & 0 & \frac{k_r}{T'_s} & 0 \\ \frac{k_s}{T'_r} & 0 & -\frac{1}{T'_r} & \omega_{10} - \omega_0 & -\psi_{Q0} \\ 0 & \frac{k_s}{T'_r} & -(\omega_{10} - \omega_0) & -\frac{1}{T'_r} & \psi_{D0} \\ -c\psi_{Q0} & c\psi_{D0} & c\psi_{q0} & -c\psi_{d0} & -\frac{k_{tr}}{J} \end{bmatrix}; \quad (3.14)$$

gde je:

$$c = \frac{3p^2}{2J} \frac{k_r}{L'_s}.$$

Stacionarne vrednosti za flukse u matrici  $\mathbf{A}_{\text{AM}}$  dobijaju se iz jednačine (3.1) i (3.2) kada se uvrsti  $\frac{d\psi_s}{dt} = 0$  i  $\frac{d\psi_r}{dt} = 0$ , izraze se vektori  $\underline{i}_s, \underline{i}_r$  preko vektora  $\underline{\psi}_s, \underline{\psi}_r$  i nakon prelaska u realni domen dobija se:

$$\begin{bmatrix} u_{d0} \\ u_{q0} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T'_s} & -\omega_{10} & -\frac{k_r}{T'_s} & 0 \\ \omega_{10} & \frac{1}{T'_s} & 0 & -\frac{k_r}{T'_s} \\ -\frac{k_s}{T'_r} & 0 & \frac{1}{T'_r} & -(\omega_{10} - \omega_0) \\ 0 & -\frac{k_s}{T'_r} & \omega_{10} - \omega_0 & \frac{1}{T'_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{d0} \\ \psi_{q0} \\ \psi_{D0} \\ \psi_{Q0} \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

Za asinhronu mašinu sa kratko spojenim rotorskim namotajem vredi da je  $u_D = u_Q = 0$ .

Karakteristični polinom matrice sistema  $\mathbf{A}_{\text{AM}}$  je

$$\det(\mathbf{A}_{\text{AM}} - \lambda \mathbf{I}_5). \quad (3.16)$$

petog reda.  $\mathbf{I}_5$  je jedinična matrica dimenzije 5x5. Nije moguće analitički naći svih pet sopstvenih vrednosti matrice sistema, pa je neophodno koristiti neku numeričku metodu. Od pet sopstvenih

vrednosti dve sopstvene vrednosti su konjugovano kompleksne, a peta je realna. Sopstvene vrednosti zavise od parametara motora i od radnog režima motora.

### 3.1.2. Linearizovani model PWM invertora sa zanemarenim mrtvim vremenom

Izlazni napon invertora sadrži više harmonike. Za analizu stabilnosti pogona asinhronog motora koji se napaja iz invertora zanemaruju se viši harmonici, pa su izlazni naponi invertora određeni sledećim relacijama:

$$\begin{aligned} u_a &= m_a \frac{V_d}{2} \sin \omega_1 t; \\ u_b &= m_a \frac{V_d}{2} \sin \left( \omega_1 t - \frac{2\pi}{3} \right); \\ u_c &= m_a \frac{V_d}{2} \sin \left( \omega_1 t + \frac{2\pi}{3} \right). \end{aligned} \quad (3.17)$$

Nakon primene (2.11), (2.16) i (2.23) na napone (3.17) dobija se:

$$\begin{aligned} u_d &= 0; \\ u_q &= -m_a \frac{V_d}{2}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Zanemaruju se gubici snage u prekidačkim komponentama, tako da je snaga koja ulazi u invertor jednaka snazi koja ulazi u motor.

$$V_d i_i = \frac{3}{2} (u_d i_d + u_q i_q). \quad (3.19)$$

Da bi se matematički model jednosmernog međukola povezao sa matematičkim modelom asinhronne mašine, potrebno je ulazni napon invertora  $V_d$  i struju  $i_i$  izraziti preko veličina asinhronog motora. Struja  $i_i$  i napon  $V_d$  u sinhrono rotirajućem koordinatnom sistemu na osnovu (3.18) i (3.19) glase:

$$i_i = -\frac{3m_a}{4} i_q; \quad (3.20)$$

$$V_d = -\frac{2}{m_a} u_q . \quad (3.21)$$

U odeljku 3.1.1. izložena je procedura za dobijanje linearizovanog matematičkog modela asinhronog motora. Korišćenjem istog postupka relacije (3.20) i (3.21) se mogu napisati u funkciji odstupanja od stacionarnih vrednosti:

$$\Delta i_i = -\frac{3m_a}{4} \Delta i_q ; \quad (3.22)$$

$$\Delta V_d = -\frac{2}{m_a} \Delta u_q . \quad (3.23)$$

Izrazi (3.22) i (3.23) su linearizovani model PWM invertora. Prepostavlja se da je indeks amplitudske modulacije konstantan i da je zanemaren uticaj mrtvog vremena invertora.

### 3.1.3. Linearizovani matematički model ulazne ispravljačke sekcije pretvarača snage

Jednačine (3.20) i (3.21) kao i (3.22) i (3.23) omogućuju da se matematički model jednosmernog međukola napiše u sinhrono rotirajućem koordinatnom sistemu. Za analizu stabilnosti asinhronog motora koji je napajan iz PWM invertora potrebno je da matematički modeli L-C filtra i asinhronog motora budu napisani u istom koordinatnom sistemu.

U odeljku 2.3. izведен je matematički model jednosmernog međukola. Ako se u jednačine (2.31) i (2.32) uvrsti (3.20) i (3.21) dobija se matematički model L-C filtra u sinhrono rotirajućem koordinatnom sistemu:

$$\frac{di_R}{dt} = \frac{u_{R0}}{L_f} - \frac{R_f + \frac{3\omega_M L}{\pi}}{L_f} i_R + \frac{2}{m_a L_f} u_q ; \quad (3.24)$$

$$\frac{du_q}{dt} = -\frac{m_a}{2C_f} \left( i_R + \frac{3m_a}{4} i_q \right) . \quad (3.25)$$

Primenom izložene procedure za dobijanje linearizovanog matematičkog modela na relacije (3.24) i (3.25) dobija se:

$$\frac{d\Delta i_R}{dt} = -\frac{R_f + \frac{3\omega_M L}{\pi}}{L_f} \Delta i_R + \frac{2}{m_a L_f} \Delta u_q; \quad (3.26)$$

$$\frac{d\Delta u_q}{dt} = -\frac{m_a}{2C_f} \left( \Delta i_R + \frac{3m_a}{4} \Delta i_q \right). \quad (3.27)$$

Promenljive stanja u (3.26) i (3.27) su  $\Delta i_R$  i  $\Delta u_q$ . Ako se struje  $\Delta i_q$  i  $\Delta i_R$  izraze pomoću fluksseva

$$\Delta i_q = \frac{1}{L'_s} \Delta \psi_q - \frac{k_r}{L'_s} \Delta \psi_Q; \quad (3.28)$$

$$\Delta i_R = \frac{\Delta \psi_f}{L_f}. \quad (3.29)$$

dobija se matematički model L-C filtra sa fluksom  $\Delta \psi_f$  i naponom  $\Delta u_q$  kao promenljivim stanja.

$$\frac{d\Delta \psi_f}{dt} = -\frac{R_f + \frac{3\omega_M L}{\pi}}{L_f} \Delta \psi_f + \frac{2}{m_a} \Delta u_q; \quad (3.30)$$

$$\frac{d\Delta u_q}{dt} = -\frac{m_a}{2C_f L_f} \Delta \psi_f - \frac{3m_a^2}{8L'_s C_f} \Delta \psi_q + \frac{3m_a^2 k_r}{8L'_s C_f} \Delta \psi_Q. \quad (3.31)$$

Matrica sistema za pogon koji se sastoji od L-C filtra, PWM invertora, asinhronog motora dobija se kombinovanjem jednačina (3.13), (3.30) i (3.31):

$$\mathbf{A}_{\text{AM+LC}}^{\text{CONT}} = \begin{bmatrix} -\frac{R_f + \frac{3\omega_M L}{\pi}}{L_f} & \frac{2}{m_a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{m_a}{2L_f C_f} & 0 & 0 & -\frac{3m_a^2}{8L'_s C_f} & 0 & \frac{3m_a^2 k_r}{8L'_s C_f} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T'_s} & \omega_{10} & \frac{k_r}{T'_s} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\omega_{10} & -\frac{1}{T'_s} & 0 & \frac{k_r}{T'_s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_s}{T'_r} & 0 & -\frac{1}{T'_r} & \omega_{10} - \omega_0 & -\psi_{Q0} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{k_s}{T'_r} & -(\omega_{10} - \omega_0) & -\frac{1}{T'_r} & \psi_{D0} \\ 0 & 0 & -c\psi_{Q0} & c\psi_{D0} & c\psi_{q0} & -c\psi_{d0} & -\frac{k_{tr}}{J} \end{bmatrix}. \quad (3.32)$$

Promenljive stanja su  $\Delta\psi_f$ ,  $\Delta u_q$ ,  $\Delta\psi_d$ ,  $\Delta\psi_q$ ,  $\Delta\psi_D$ ,  $\Delta\psi_Q$  i  $\Delta\omega$ .

Matrica  $\mathbf{A}_{\text{AM+LC}}^{\text{CONT}}$  je dobijena uz prepostavke da je struja kroz element filtra  $L_f$  kontinualna i zanemareno je mrvno vreme invertora. Ako se vrednost induktivnosti  $L_f$  smanji ispod neke kritične vrednosti struja  $i_R$  postaje diskontinualna, matrica sistema u toma radnom režimu ima dimenzije  $6 \times 6$ .

U odeljku 2.3. je pokazano da matematički model filtra u diskontinualnom režimu sadrži samo jednu diferencijalnu jednačinu (2.36). Primenom postupka za linearizaciju i izražavajući struju  $\Delta i_q$  pomoću  $\Delta\psi_q$  i  $\Delta\psi_Q$  dobija se jednačina stanja kojom se modeluje jednosmerno međukolo u diskontinualnom režimu.

$$\frac{d\Delta u_q}{dt} = -\frac{1}{RC_f} \Delta u_q - \frac{3m_a^2}{8L'_s C_f} \Delta\psi_q + \frac{3m_a^2 k_r}{8L'_s C_f} \Delta\psi_Q. \quad (3.33)$$

Jedina promenljiva stanja u matematičkom modelu filtra je  $\Delta u_q$ . Matrica sistema koji se sastoji od L-C filtra, PWM invertora, asinhronog motora za diskontinualni režim struje  $i_R$ , dobija se kombinovanjem jednačina (3.13) i (3.33).

$$\mathbf{A}_{\text{AM+LC}}^{\text{DISC}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC_f} & 0 & -\frac{3m_a^2}{8L'_sC_f} & 0 & \frac{3m_a^2k_r}{8L'_sC_f} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T'_s} & \omega_{10} & \frac{k_r}{T'_s} & 0 & 0 \\ 1 & -\omega_{10} & -\frac{1}{T'_s} & 0 & \frac{k_r}{T'_s} & 0 \\ 0 & \frac{k_s}{T'_r} & 0 & -\frac{1}{T'_r} & \omega_{10} - \omega_0 & -\psi_{Q0} \\ 0 & 0 & \frac{k_s}{T'_r} & -(\omega_{10} - \omega_0) & -\frac{1}{T'_r} & \psi_{D0} \\ 0 & -c\psi_{Q0} & c\psi_{D0} & c\psi_{Q0} & -c\psi_{D0} & -\frac{k_{tr}}{J} \end{bmatrix}. \quad (3.34)$$

Matrica  $\mathbf{A}_{\text{AM+LC}}^{\text{DISC}}$  je dobijena uz prepostavku da je struja kroz element filtra  $L_f$  diskontinualna i da je zanemaren uticaj mrtvog vremena. Ako bi napajanje asinhronog motora bilo iz šestopulsnog invertora jednačine (3.22) i (3.23) bi glasile:

$$\Delta i_i = -\frac{3}{\pi} \Delta i_q; \quad (3.35)$$

$$\Delta V_d = -\frac{\pi}{2} \Delta u_q. \quad (3.36)$$

Analognim postupkom dolazi se do matrice sistema za pogon koji se sastoji od L - C filtra, šestopulsnog invertora i asinhronog motora.

### 3.1.4. Uvažavanje mrtvog vremena invertora u linearizovanom matematičkom modelu pogona

U toku mrtvog vremena  $t_\Delta$  oba prekidača su isključena. Izlazni napon invertora je tada određen smerom izlazne struje. Ako je struja  $i_A$  pozitivnog referentnog smera napon usled efekta mrtvog vremena faze "a" je  $-V_d$ . Za struju  $i_A$  negativnog referentnog smera napon  $u_e$  je  $V_d$ . Odstupanje napona usled efekta mrtvog vremena ima oblik povorke impulsa, kao što je prikazano na sl. 3.2.

Slika 3.2. ilustruje odnos između struje  $i_A$  i napona  $u_e$ . Struja  $i_A$  je prikazana kao prostoperiodična, zanemareni su viši harmonici struje. Impulsi napona usled efekta mrtvog vremena -  $V_d$  pojavljaju se uz uzlaznu ivicu napona  $U_{AN}$ . Uticaj mrtvog vremena je moguće uvažiti usrednjavanjem napona usled efekta mrtvog vremena tokom komutacionog perioda ( $T_s$ ) [4], tako da se dobija napon:

$$\begin{aligned}
\Delta u &= U_D & I_A &< 0; \\
\Delta u &= -U_D & I_A &> 0; \\
U_D &= V_d \frac{t_A}{T_s}.
\end{aligned} \tag{3.37}$$

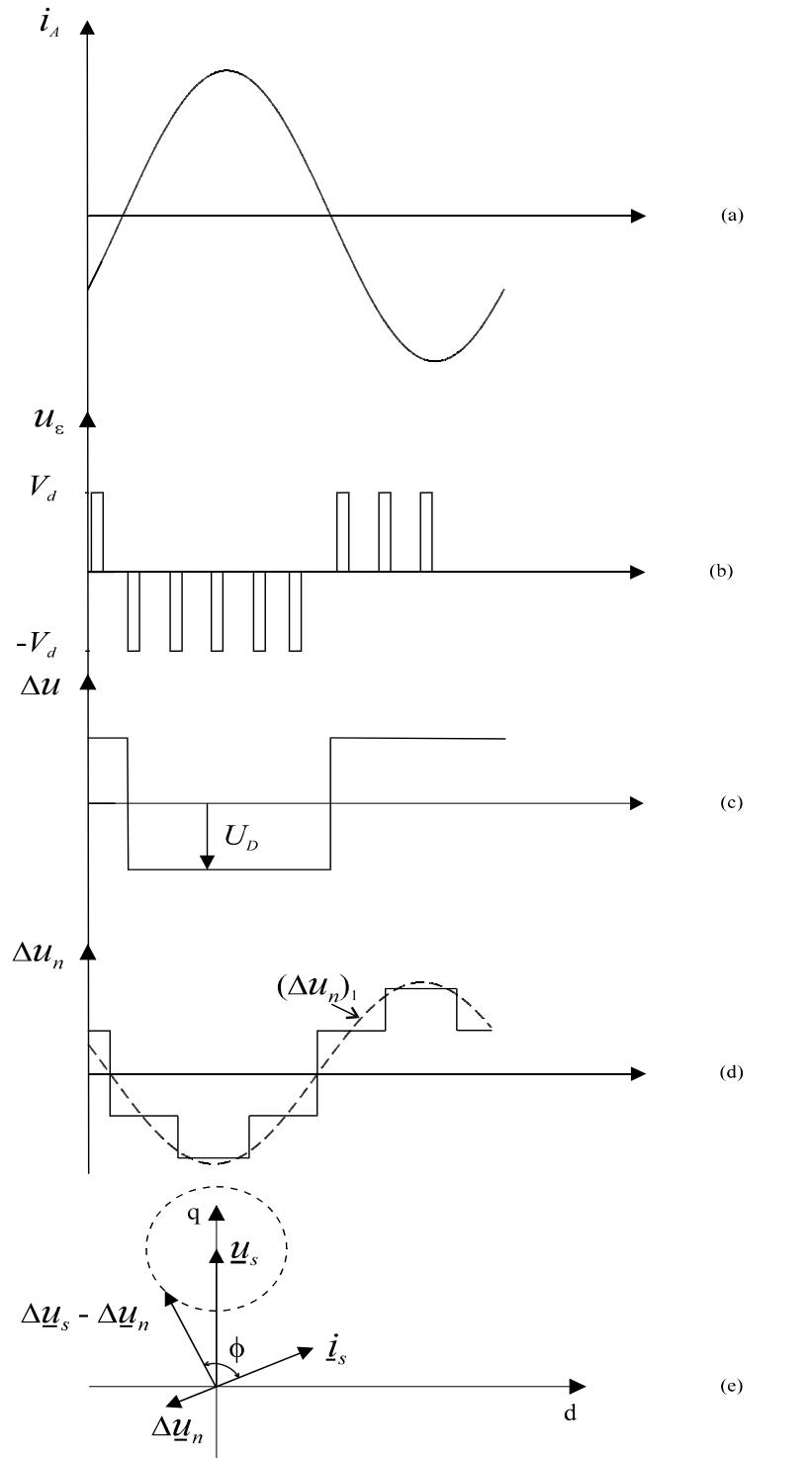
gde su:

- $t_A$  - iznos mrtvog vremena,
- $T_s$  - komutaciona perioda.

Usrednjavanje napona usled efekta mrtvog vremena tokom komutacione periode opravdano je primeniti, jer je  $t_A$  znatno manje od tranzijentne vremenske konstante statorskog namota asinhronog motora, drugim rečima motor neće uspeti da reaguje na tako brzu promenu ulaznog napona. Zbog kumulativnog dejstva izobličenja napona uticaj mrtvog vremena na dinamičko ponašanje asinhronog motora ipak postoji. Napon usled mrtvog vremena prema zvezdištu motora prikazan je na sl. 3.2d. Napon  $\Delta u_n$  je šestopulsnog oblika. Amplituda prvog harmonika faznog napona  $\Delta u_n$  je:

$$(\Delta \hat{u}_n)_1 = \frac{4}{\pi} V_d \frac{t_A}{T_s}; \tag{3.38}$$

Napon usled mrtvog vremena  $(\Delta u_n)_1$  je u opoziciji u odnosu na  $i_A$ . Na vektorskom dijagramu sl. 3.2e. prikazani su vektori struje motora  $i_s$ , napon na motoru  $u_s$  i napon usled mrtvog vremena, uvaženi su samo prvi harmonici odgovarajućih veličina.



Sl. 3.2. Relacija između struje  $i_A$  i napona  $u_e$

- a) struja statora
- b) napon usled efekta mrtvog vremena
- c) usrednjena vrednost napona  $u_e$
- d) napon prema zvezdištu motora usled mrtvog vremena
- e) vektorski dijagram pri uvaženom mrtvom vremenu

Efekat mrtvog vremena u linearizovanom modelu uvažen je pomoću ekvivalentnog promenljivog otpornika. Pretpostavlja se da pad napona na otporniku ekvivalentira napon usled mrtvog vremena. Odstupanje napona usled mrtvog vremena ima konstantanu amplitudu i ne zavisi od struje motora. Otpornik ( $R_\Delta$ ), kojim se ekvivalentira efekat mrtvog vremena, mora biti promenljiv sa amplitudom struje motora.

$$R_\Delta(|\underline{i}_s|, V_d) = \frac{4}{\pi} \frac{V_d}{|\underline{i}_s|} \frac{t_\Delta}{T_s}. \quad (3.39)$$

Jednačina naponske ravnoteže statora nakon uvažavanja mrtvog vremena glasi:

$$\underline{u}_s - R_\Delta(|\underline{i}_s|, V_d) \underline{i}_s = R_s \underline{i}_s + \frac{d \underline{\psi}_s}{dt} + j\omega_1 \underline{\psi}_s. \quad (3.40)$$

Kada se izvrši linearizacija jednačine (3.40) dobija se:

$$\Delta \underline{u}_s - \Delta R_\Delta(|\underline{i}_s|, V_d) \underline{i}_{s0} - R_\Delta(|\underline{i}_s|_0, V_{d0}) \Delta \underline{i}_s = R_s \Delta \underline{i}_s + \frac{d \Delta \underline{\psi}_s}{dt} + j\omega_{10} \Delta \underline{\psi}_s + j\Delta\omega_1 \underline{\psi}_{s0}. \quad (3.41)$$

Promena otpora  $\Delta R_\Delta(|\underline{i}_s|, V_d)$ :

$$\Delta R_\Delta(|\underline{i}_s|, V_d) = \left. \frac{\partial R_\Delta(|\underline{i}_s|, V_d)}{\partial |\underline{i}_s|} \right|_{|\underline{i}_s|_0, V_d} \Delta |\underline{i}_s| + \left. \frac{\partial R_\Delta(|\underline{i}_s|, V_d)}{\partial V_d} \right|_{|\underline{i}_s|_0, V_d} \Delta V_d; \quad (3.42)$$

$$\Delta R_\Delta(|\underline{i}_s|, V_d) = -\frac{4}{\pi} \frac{V_{d0}}{|\underline{i}_s|_0^2} \frac{t_\Delta}{T_s} \left[ \frac{\partial |\underline{i}_s|}{\partial \underline{a}_d} \Delta i_d + \frac{\partial |\underline{i}_s|}{\partial \underline{a}_q} \Delta i_q \right] + \frac{4}{\pi} \frac{1}{|\underline{i}_s|_0} \frac{t_\Delta}{T_s} \left( -\frac{2}{m_a} \Delta u_q \right); \quad (3.43)$$

$$\Delta R_\Delta(|\underline{i}_s|, V_d) = -\frac{4}{\pi} \frac{V_{d0}}{|\underline{i}_s|_0^3} \frac{t_\Delta}{T_s} \left[ i_{d0} \Delta i_d + i_{q0} \Delta i_q \right] - \frac{8}{\pi} \frac{1}{m_a |\underline{i}_s|_0} \frac{t_\Delta}{T_s} \Delta u_q. \quad (3.44)$$

Kada se (3.44) uvrsti u (3.41) i promene  $\Delta i_d$  i  $\Delta i_q$  izraze u funkciji promena fluksa dobija se:

$$\begin{aligned}
& \Delta u_s + \frac{4}{\pi} \frac{V_{d0}}{|i_s|_0^3 L'_s} \frac{t_A}{T_s} [i_{d0} (\Delta \psi_d - k_r \Delta \psi_D) + i_{q0} (\Delta \psi_q - k_r \Delta \psi_Q)] (i_{d0} + j i_{q0}) + \\
& + \frac{8}{\pi} \frac{1}{m_a |i_s|_0} \frac{t_A}{T_s} \Delta u_q (i_{d0} + j i_{q0}) - \frac{4}{\pi} \frac{V_{d0}}{|i_s|_0 L'_s} \frac{t_A}{T_s} [(\Delta \psi_d - k_r \Delta \psi_D) + j (\Delta \psi_q - k_r \Delta \psi_Q)] = \\
& = R_s \Delta i_s + \frac{d \Delta \psi}{dt} + j \omega_{10} \Delta \psi_s + j \Delta \omega_1 \psi_{s0}.
\end{aligned} \tag{3.45}$$

Razdvajanjem realnog i imaginarnog dela jednačine (3.45) dobijaju se dve realne diferencijalne jednačine.

Jednačina naponske ravnoteže po d-osi:

$$\begin{aligned}
& \underbrace{\Delta u_d + \frac{4}{\pi} \frac{V_{d0}}{|i_s|_0^3 L'_s} \frac{t_A}{T_s} [i_{d0}^2 (\Delta \psi_d - k_r \Delta \psi_D) + i_{d0} i_{q0} (\Delta \psi_q - k_r \Delta \psi_Q)]}_{\Delta u_{dl}} + \underbrace{\frac{8}{\pi} \frac{1}{m_a |i_s|_0} \frac{t_A}{T_s} i_{d0} \Delta u_q -} \\
& - \underbrace{\frac{4}{\pi} \frac{V_{d0}}{|i_s|_0 L'_s} \frac{t_A}{T_s} (\Delta \psi_d - k_r \Delta \psi_D)}_{\Delta u_{dII}} = R_s \Delta i_d + \frac{d \Delta \psi_d}{dt} - \omega_{10} \Delta \psi_q - \Delta \omega_1 \psi_{q0}.
\end{aligned} \tag{3.46}$$

Jednačina naponske ravnoteže po q-osi:

$$\begin{aligned}
& \underbrace{\Delta u_q + \frac{4}{\pi} \frac{V_{d0}}{|i_s|_0^3 L'_s} \frac{t_A}{T_s} [i_{q0} i_{d0} (\Delta \psi_d - k_r \Delta \psi_D) + i_{q0}^2 (\Delta \psi_q - k_r \Delta \psi_Q)]}_{\Delta u_{ql}} + \underbrace{\frac{8}{\pi} \frac{1}{m_a |i_s|_0} \frac{t_A}{T_s} i_{q0} \Delta u_q -} \\
& - \underbrace{\frac{4}{\pi} \frac{V_{d0}}{|i_s|_0 L'_s} \frac{t_A}{T_s} (\Delta \psi_q - k_r \Delta \psi_Q)}_{\Delta u_{qIII}} = R_s \Delta i_q + \frac{d \Delta \psi_q}{dt} + \omega_{10} \Delta \psi_d + \Delta \omega_1 \psi_{d0}.
\end{aligned} \tag{3.47}$$

Sabirci  $\Delta u_{dl}$ ,  $\Delta u_{dII}$ ,  $\Delta u_{dIII}$ ,  $\Delta u_{ql}$ ,  $\Delta u_{qII}$  i  $\Delta u_{qIII}$  modeluju mrtvo vreme invertora. Matrica sistema pogona asinhronog motora, PWM invertora sa uvaženim mrvim vremenom dobija se modifikovanjem matrice (3.32) odnosno (3.34) u zavisnosti da li se radi o kontinualnom ili o diskontinualnom režimu. Modifikacija matrice sistema je neophodna zbog prisustva već pomenutih sabiraka. Zbog preglednosti date su tri matrice kojima se uvažava modifikacija matrice sistema usled mrvog vremena.

Matrica modifikacije usled sabiraka  $\Delta u_{dl}$  i  $\Delta u_{ql}$  za kontinualni režim ispravljačkog stepena glasi:

$$\mathbf{A}_I^{\text{CONT}} = \left( \frac{4}{\pi} \frac{V_d}{|i_s|_0^3 L'_s} \frac{t_A}{T_s} \right) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i_{d0}^2 & i_{d0}i_{q0} & -k_r i_{d0}^2 & -k_r i_{d0}i_{q0} & 0 \\ 0 & 0 & i_{d0}i_{q0} & i_{q0}^2 & -k_r i_{d0}i_{q0} & -k_r i_{q0}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.48)$$

Matrica modifikacije usled sabiraka  $\Delta u_{dII}$  i  $\Delta u_{qII}$  za kontinualni režim ispravljačkog stepena glasi:

$$\mathbf{A}_{II}^{\text{CONT}} = \left( \frac{8}{\pi} \frac{1}{|i_s|_0 m_a} \frac{t_A}{T_s} \right) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i_{d0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i_{q0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.49)$$

Matrica modifikacije usled sabiraka  $\Delta u_{dIII}$  i  $\Delta u_{qIII}$  za kontinualni režim ispravljačkog stepena glasi:

$$\mathbf{A}_{III}^{\text{CONT}} = \left( -\frac{4}{\pi} \frac{V_d}{|i_s|_0 L'_s} \frac{t_A}{T_s} \right) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -k_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -k_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.50)$$

Matrica sistema pogona asinhronog motora, PWM invertora sa uvaženim efektom mrtvog vremena dobija se kao zbir (3.32), (3.48), (3.49) i (3.50).

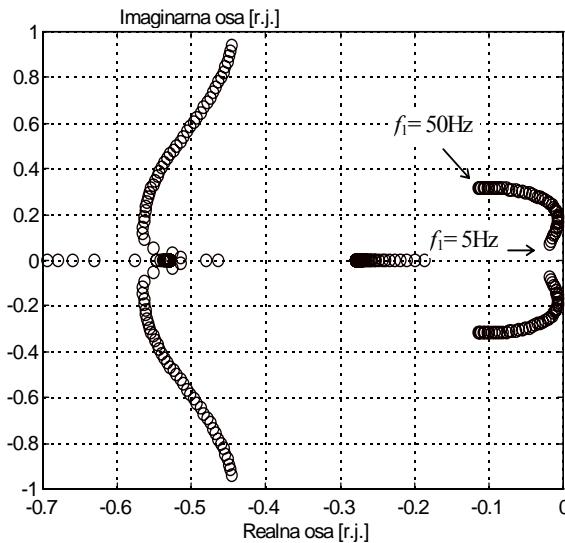
$$\mathbf{A}^{\text{CONT}} = \mathbf{A}_{AM+LC}^{\text{CONT}} + \mathbf{A}_I^{\text{CONT}} + \mathbf{A}_{II}^{\text{CONT}} + \mathbf{A}_{III}^{\text{CONT}}. \quad (3.51)$$

Za diskontinualni režim matrica sistema pogona asinhronog motora, PWM invertora sa uvaženim efektom mrtvog vremena dobija se na analogan način kao (3.51).

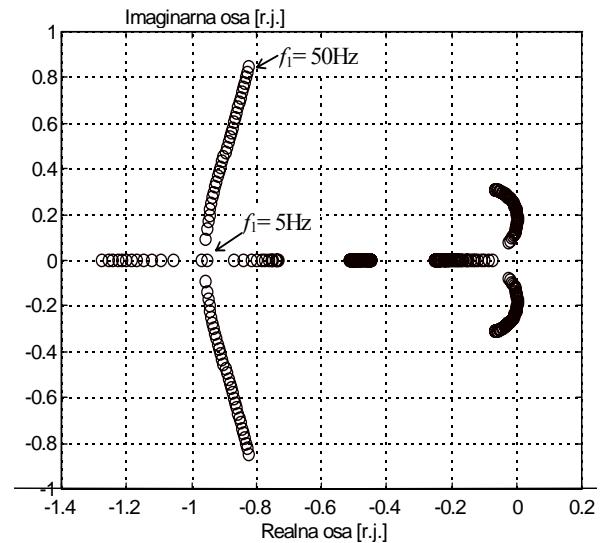
$$\mathbf{A}^{\text{DISC}} = \mathbf{A}_{\text{AM+LC}}^{\text{DISC}} + \mathbf{A}_{\text{I}}^{\text{DISC}} + \mathbf{A}_{\text{II}}^{\text{DISC}} + \mathbf{A}_{\text{III}}^{\text{DISC}}. \quad (3.52)$$

Matrice modifikacije  $\mathbf{A}_{\text{I}}^{\text{DISC}}$ ,  $\mathbf{A}_{\text{II}}^{\text{DISC}}$ ,  $\mathbf{A}_{\text{III}}^{\text{DISC}}$  dobijene su izostavljanjem prve vrste i prve kolone u  $\mathbf{A}_{\text{I}}^{\text{CONT}}$ ,  $\mathbf{A}_{\text{II}}^{\text{CONT}}$ ,  $\mathbf{A}_{\text{III}}^{\text{CONT}}$  respektivno. U referentnoj literaturi nije dat predlog za uvažavanje mrtvog vremena invertora u linearizovanom matematičkom modelu pogona a što je u ovom radu upravo pokazano.

Stabilnost pogona na sl. 2.5. moguće je analizirati pomoću sopstvenih vrednosti matrica  $\mathbf{A}^{\text{CONT}}$  i  $\mathbf{A}^{\text{DISC}}$  u zavisnosti da li je struja  $i_R$  kontinualna ili je diskontinualna. Na sl. 3.3. ilustrovano je kretanje sopstvenih vrednosti matrice sistema (3.52) u kompleksnoj ravni pri promeni učestanosti. Efekat mrtvog vremena je zanemaren. Uvažavanjem mrtvog vremena, realni deo jedne od sopstvenih vrednosti postaje pozitivan i sistem je nestabilan. Ako se uvaži mrtvo vreme invertora kretanje sopstvenih vrednosti matrice sistema prikazano je na sl. 3.4. Kretanje polova na sl. 3.3. i 3.4. prikazano je za motor ZK 132 M4.



Sl. 3.3. Kretanje sopstvenih vrednosti asinhronog motora  $t_{\Delta}=0$ ,  $Ir.j.=100\pi \text{ rad/s}$



Sl. 3.4. Kretanje sopstvenih vrednosti asinhronog motora  $t_{\Delta}=10\mu\text{s}$ ,  $Ir.j.=100\pi \text{ rad/s}$

Ako se ne uvaži mrtvo vreme pogon je stabilan, podržane oscilacije izostaju, što ne odgovara stvarnosti.

U tabeli 3.1. prikazane su dominantne sopstvene vrednosti kada se uvaži i kada se zanemari mrtvo vreme.

	DOMINANTNA SOPSTVENA VREDNOST	
$f_1$ [Hz]	$t_\Delta=0\mu s$	$t_\Delta=10\mu s$
50	$-35.9117 +99.2456j$	$-20.7939 +97.5523j$
45	$-32.0922 +99.7774j$	$-15.9639 +94.9421j$
40	$-26.7293 +99.3274j$	$-11.0757 +90.8673j$
35	$-19.9989 +96.6885j$	$-6.5661 +85.2494j$
30	$-13.0601 +90.9018j$	$-2.8375 +78.1627j$
25	$-7.3198 +82.0107j$	$-0.2086 +69.7574j$
20	$-3.5920 +70.5815j$	$1.0680 +60.1838j$
15	$-2.1598 +57.0117j$	$0.7388 +49.5359j$
10	$-3.0180 +41.2485j$	$-1.6008 +37.8004j$

Tabela 3.1. Sopstvene vrednosti

### **3.2. SINTEZA RAČUNARSKOG PROGRAMA ZA SIMULACIJU POGONA ASINHRONOG MOTORA UZ UVAŽAVANJE MRTVOG VREMENA PRETVARAČA SNAGE**

Za efikasnu simulaciju vremenskog odziva nelinearizovanog modela pogona potrebno je izabrati pogodnu metodu za numeričku integraciju sistema diferencijalnih jednačina i odgovarajući program ili programski paket pomoću koga će se obaviti simulacija odziva. Kriterijum pri navedenom izboru je tačnost proračuna, računarsko vreme potrebno za simulaciju odziva.

#### **3.2.1. Numeričko rešavanje diferencijalnih jednačina**

Cilj ovog rada je ispitivanje dinamičkog ponašanja pogona asinhronog motora napajanog iz pretvarača snage uz uvažavanje mrtvog vremena, pomoću simulacija na računaru. To iziskuje numeričko rešavanje (integraciju) diferencijalnih jednačina izvedenih u drugom poglavlju. Napisan je originalan program koji omogućuje simulaciju dinamičkog odziva pogona.

Odabiranje metode za rešavanje diferencijalnih jednačina uslovljeno je sa sledećim faktorima: samostartnošću metode, korakom proračuna, numeričkom stabilnošću, potrebnom računarskom memorijom i vremenom. Poseban problem predstavlja izbor koraka proračuna. Potrebno je da korak proračuna bude dovoljno mali radi održavanja greške aproksimacije u

dozvoljenim granicama, dok je sa stanovišta utroška računarskog vremena pogodno da korak integracije bude što veći. Sa stanovišta fizičkog procesa koji se simulira, korak proračuna mora biti dovoljno mali da ne bi došlo do gubitaka informacije o nekim vrlo kratkotrajnim pojavama. Korak proračuna treba da bude optimalan u smislu navedenih zahteva. Kako se izučava uticaj mrtvog vremena invertora na odziv pogona i njegovu stabilnost, neophodno je da korak proračuna bude manji od vrednosti mrtvog vremena. Ovde je odabранo da korak proračuna bude deseti deo mrtvog vremena i svi prikazani rezultati su dobijeni sa ovim korakom. Ovako mala vrednost koraka proračuna uslovjava da je računarsko vreme kritično i da je ono jedan od bitnih kriterijuma za izbor metode integracije.

Zajednička osobina svih metoda za numeričku integraciju diferencijalnih jednačina jeste diskretizacija. Na ovaj način dobijaju se rešenja samo na skupu diskretnih tačaka, najčešće se prepostavlja da su tačke ekvidistantne. Numeričke metode dele se u dve grupe: jednokoračne i višekoračne metode integracije. Runge-Kuta metode su jednokoračne, često korištene metode integracije. Ove metode integracije za izračunavanje vrednosti funkcije  $y_{n+1}$  zahtevaju poznавање само vrednosti u prethodnom trenutku  $y_n$ . Iz ovog razloga Runge-Kuta metode su potpuno samostartne. Runge-Kuta su numerički stabilne i omogućavaju jednostavnu promenu koraka proračuna. Nedostatak je da se na svakom koraku proračuna mora vršiti nekoliko izračunavanja desne strane jednačine  $y' = F(t, y)$ , što znatno povećava utrošak računarskog CPU vremena. Ovaj nedostatak zajedno sa izuzetno malim korakom proračuna uticali su na odbacivanje Runge-Kuta metode u ovom radu.

Adams-Bashforthova metoda integracije pripada grupi višekoračnih metoda. Za izračunavanje vrednosti funkcije  $y_{n+1}$  koristi više prethodno izračunatih tačaka i stoga nije samostartna, ali ima prednost nad Runge-Kuta metodom što zahteva izračunavanje samo jedne funkcije na svakom koraku. Naredna tačka  $y_{n+1}$  se dobija kao:

$$y_{n+1} = y_n + h/24(55y_n - 59y_{n-1} + 37y_{n-2} - 9y_{n-3}). \quad (3.53)$$

gde su:

$h$	-korak proračuna,
$y_n, y_{n-1}, y_{n-2}, y_{n-3}$	-prethodno sračunate vrednosti.

Prve četiri vrednosti za start same integracije određene su Eulerovom metodom.

Vreme potrebno za simulaciju pri primeni Adams-Bashforthove metode je četiri puta kraće nego pri primeni Runge-Kuta metode.

### 3.2.2. Opis programa za simulaciju vremenskog odziva pogona

Na osnovu izведенog modela pogona formiran je program korišćenjem programskog jezika FORTRAN. Program omogućuje analizu dinamičkog ponašanja pogona asinhronog motora za različite vrednosti mrvog vremena.

Listing programa i objašnjenje varijabli korišćenih u programu dati su u prilogu. Algoritam glavnog programa dat je na sl. 3.5. Učitavanje ulaznih podataka vrši se iz datoteke. Generisanje izlaznog napona invertora realizuje se pomoću potprograma opštег tipa. Napon na ulazu L-C filtra je sa uvaženom valovitošću. Model motora i L-C filtra je sedmog ili šestog reda u zavisnosti od struje filtra  $i_R$ . Napon na kondenzatoru filtra je napon na ulazu invertora. Pomoću promenljivih stanja moguće je izračunati struje  $i_d$ ,  $i_D$ ,  $i_q$ ,  $i_Q$  i elektromagnetski moment  $m_e$ .

Izlazne veličine  $i_R$ ,  $V_d$ ,  $\omega$ ,  $m_e$  i  $i_a$  zapisuju se u datoteke koje omogućuju grafički prikaz navedenih veličina. Potprogramom opštег tipa realizuje se integracija diferencijalnih jednačina. Na sl. 3.6. prikazan je algoritam potprograma za generisanje izlaznog napona invertora i napona ispravljača. Generisani trougaoni signal poređe se sa sinusnim referencama napona za sve tri faze i formiraju se naponi invertora. Nakon sabiranja  $U_{AN} \leftarrow U_{AN} + u_{eA}$  napon  $U_{AN}$  uvažava mrvvo vreme invertora, analogno se ima za ostale dve faze. Naponi  $u_{An}$ ,  $u_{Bn}$ ,  $u_{Cn}$  definisani su u odnosu na zvezdište statora motora i uvažavaju mrvvo vreme. Na formirane napone  $u_{An}$ ,  $u_{Bn}$ ,  $u_{Cn}$  primenjuju se transformacije rasprezanja i obrtanja da bi se dobili naponi  $u_d$  i  $u_q$ . Prilikom generisanja izlaznog napona ispravljača zanemaruju se procesi pri komutaciji dioda. Napon zajedničkih katoda (anoda) prema zvezdištu mreže označen je sa  $u_{Pn}$  ( $u_{Nh}$ ). Maximum (minimum) napona  $u_{AM}$ ,  $u_{BM}$ ,  $u_{CM}$  definiše napon  $u_{Pn}$  ( $u_{Nh}$ ). Napon ispravljača  $u_R$  dobija se kao razlika ta dva napona. Naponi  $u_{AM}$ ,  $u_{BM}$ ,  $u_{CM}$  su mrežni naponi učestanosti 50 Hz i amplitude  $\sqrt{2} * 220 V$ .

Algoritam potprograma za numeričku integraciju diferencijalnih jednačina ADAM BAS prikazan je na sl. 3.7. Sa  $F_1$ ,  $F_2$  i  $F_3$  označena su tri pomoćna niza, čije su dimenzije jednake broju promenljivih stanja, a elementi su vrednosti izvoda promenljivih stanja sračunatih u prethodna tri koraka respektivno. Ova tri niza su potrebna pri određivanju vrednosti promenljive stanja u narednom koraku. Pomoćna promenljiva  $M1$  definiše da li se promenljive stanja sračunavaju po Eulerovoj ili po Adams-Bashforthovoj metodi integracije.

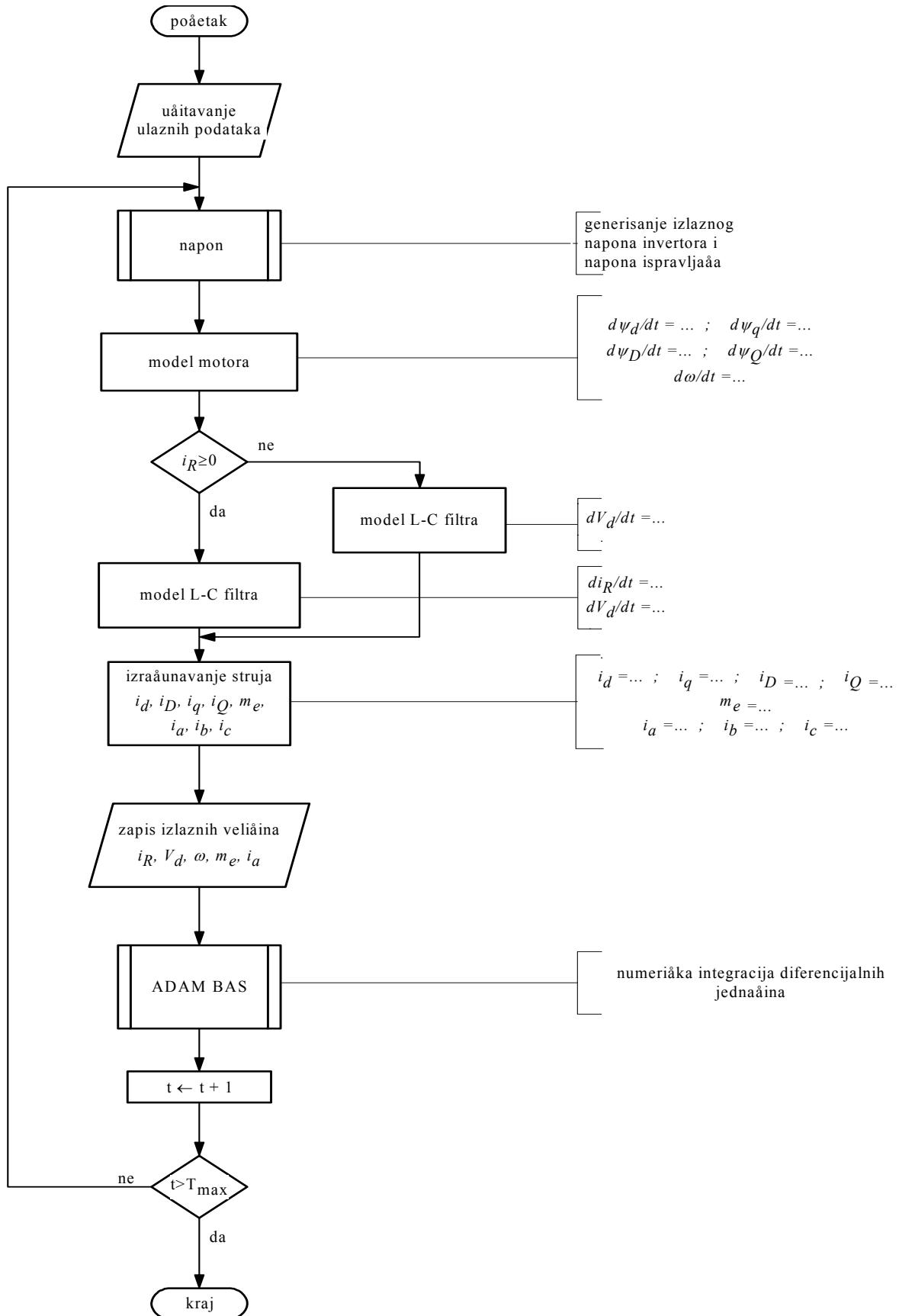
Promenom ulaznih podataka moguće je dobiti rezultate niza prelaznih pojava koji su prikazani u 3.3.

### **3.2.3. Opis programa za određivanje oblasti nestabilnosti pogona**

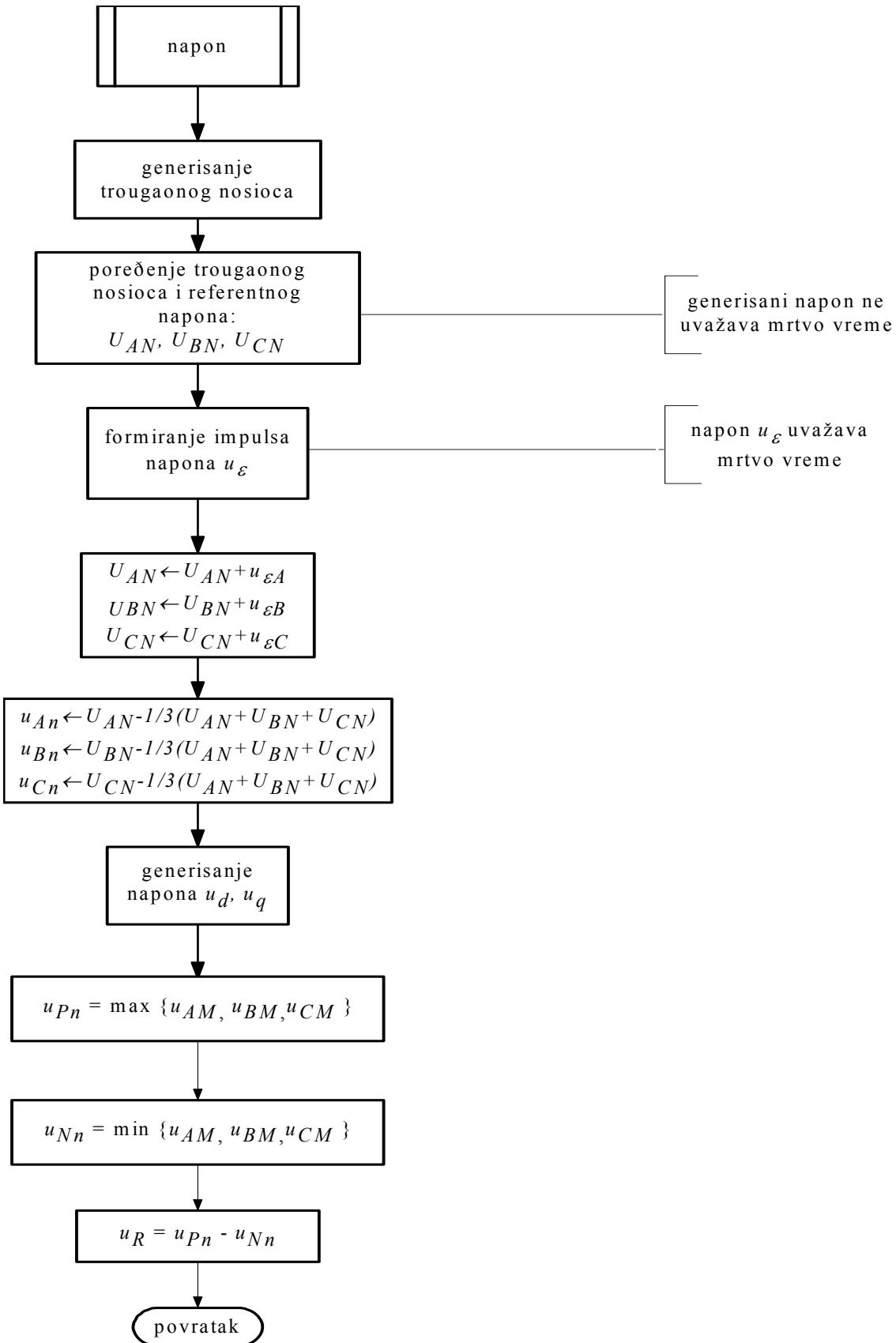
U ovom delu opisan je program koji omogućuje da se odredi oblast u ravni  $f_1 - m_e$  u kojoj je pogon nestabilan. U svakoj tački ravni  $f_1 - m_e$  određuju se sopstvene vrednosti matrice sistema (3.51) ili (3.52) u zavisnosti da li je struja filtra kontinualna ili je diskontinualna. Program je napisan u programskom paketu MATLAB. Listing programa sa objašnjanjem varijabli dat je u prilogu.

Na sl. 3.8. prikazan je algoritam programa koji omogućuje da se izvrši pretraživanje ravni  $f_1 - m_e$  i odredi oblast nestabilnosti. Pretraživanje je realizovano pomoću dve FOR petlje u programu. Unutrašnjom petljom postiže se promena momenta implicitno, menjajući stacionarnu

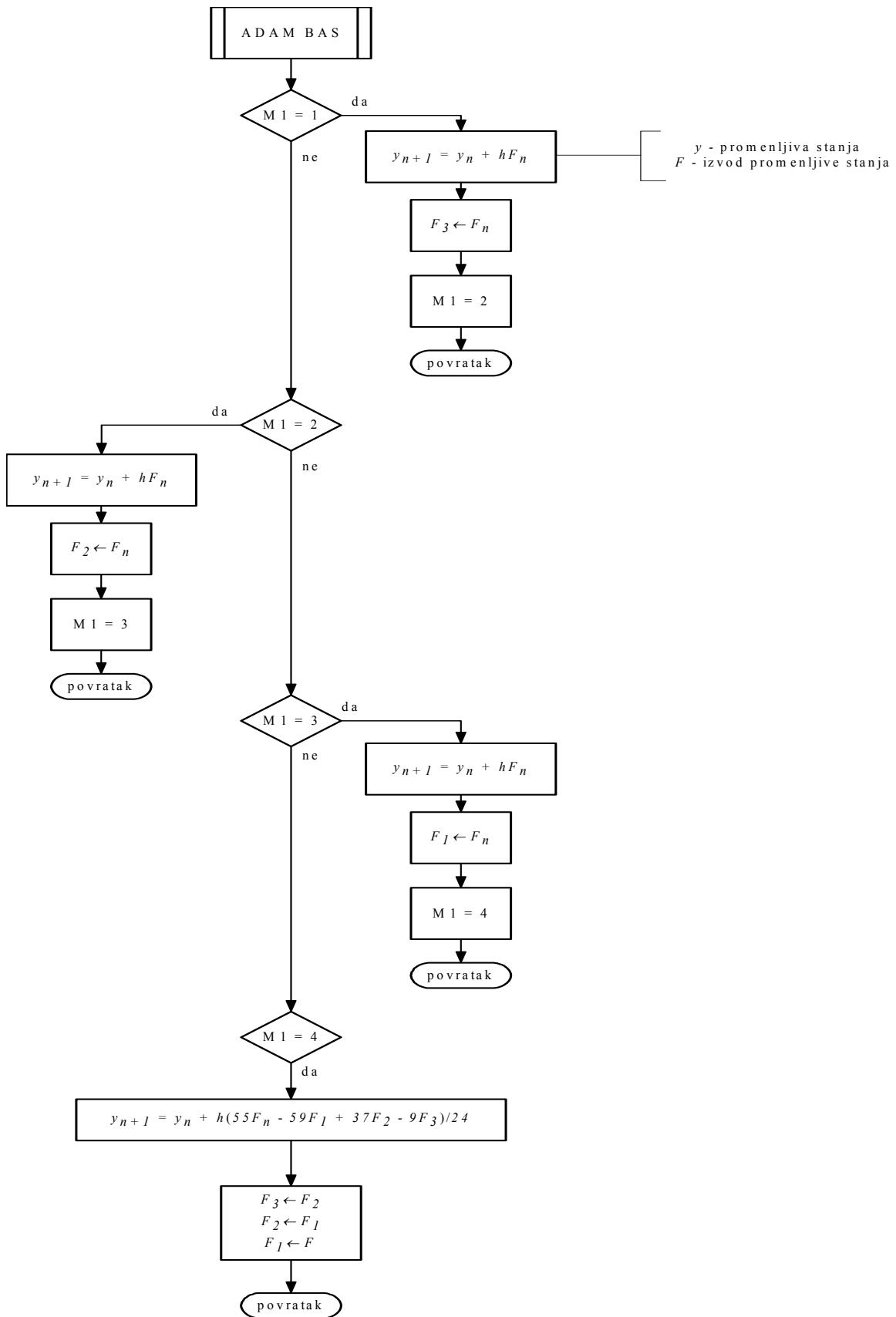
vrednost brzine pri nepromenjenoj stacionarnoj vrednosti sinhrone brzine. U matrici sistema (3.51) ili (3.52) pojavljuju se stacionarne vrednosti fluksa koje se određuju iz (3.15). Smatra se da je  $u_{d0}=0$ . Jednačina (2.25) omogućuje da se odrede stacionarne vrednosti flukseva. Formirane su tabele pomoću jednačina (2.35) i (2.36) koje omogućuju učitavanje vrednosti otpornika  $R$  i vrednosti napona  $V_d$  za odgovarajuću struju invertora a što je potrebno za diskontinualni režim filtra. Nakon sračunavanja sopstvenih vrednosti matrica (3.51) i (3.52) pamti se koordinata tačke u  $f_1 - m_e$  ravni u



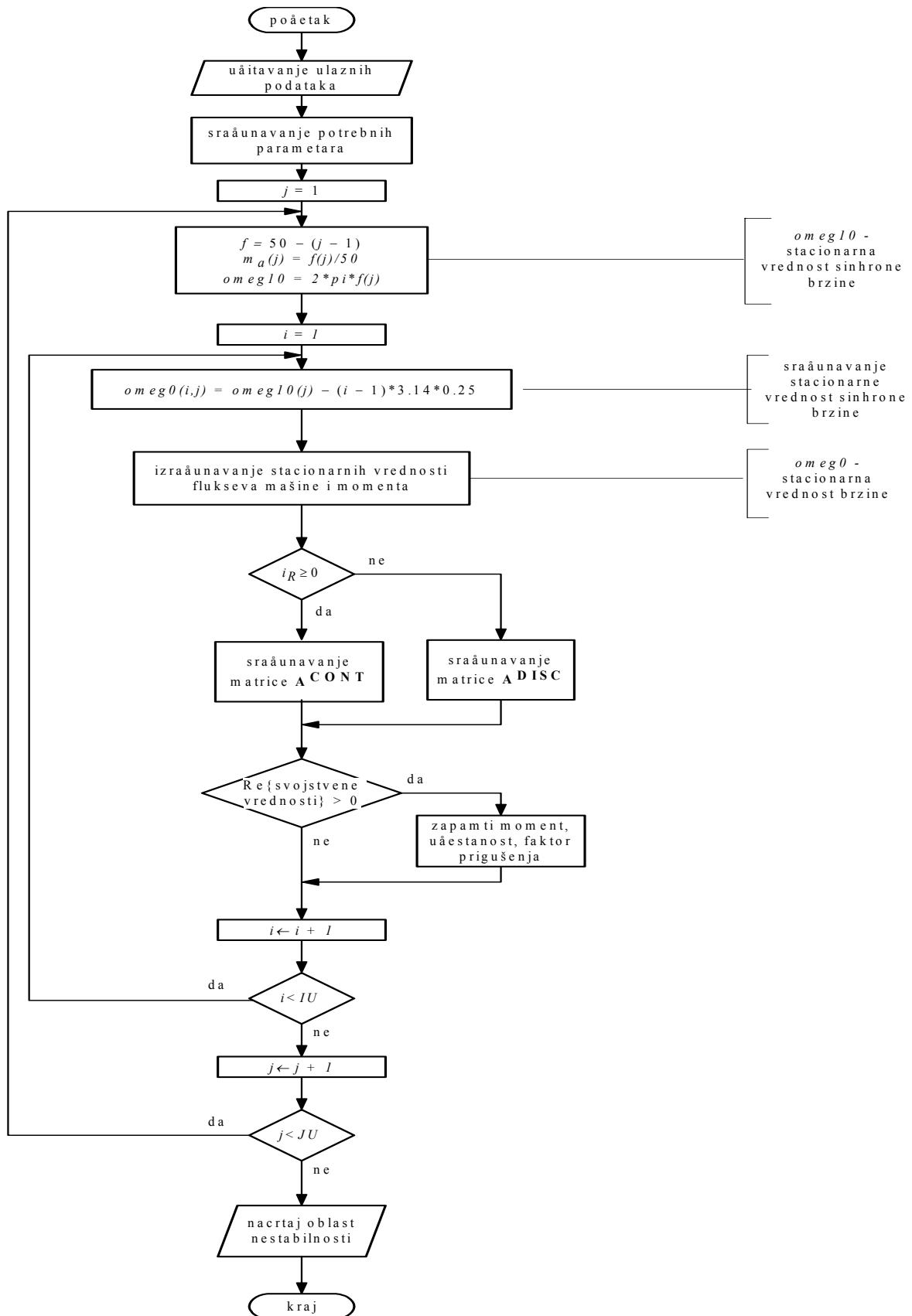
Sl. 3.5 Algoritam glavnog programa



Sl. 3.6. Potprogram za generisanje napona



Sl. 3.7. Algoritam potprograma ADAM BAS



Sl. 3.8. Algoritam potprograma za određivanje oblasti nestabilnosti

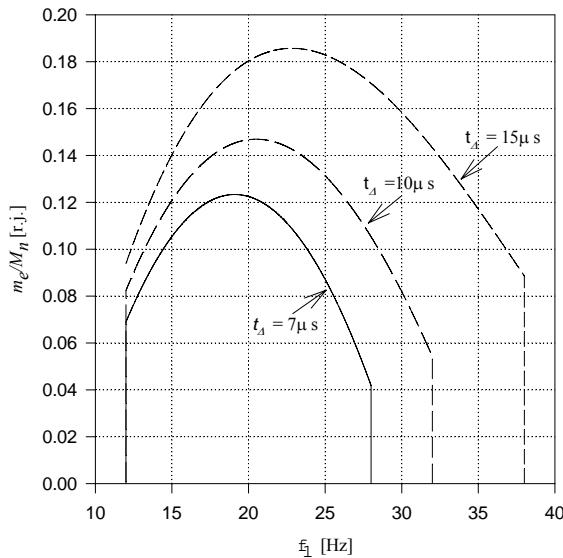
kojoj bar jedna od sopstvenih vrednosti ima pozitivan realan deo. Sa veličinom  $IU$  određena je vrednost momenta do koje se pretražuje ravan. Biramo je tako da sa pretraživanjem obuhvatamo celu oblast nestabilnosti.

Drugom FOR petljom realizuje se promena učestanosti. Promena učestanosti se realizuje u koracima od jednog herca. Sa veličinom  $JU$  određena je učestanost do koje se realizuje pretraživanje. Ako je  $JU = 46$  postiže se promena učestanosti od 5-50 Hz.

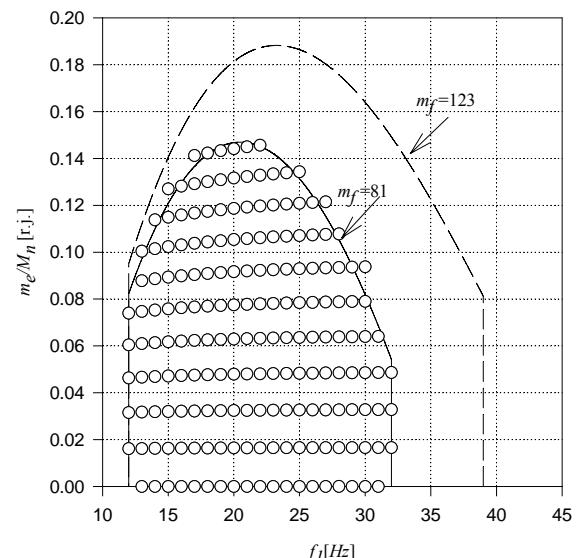
### 3.3. REZULTATI SIMULACIJA

U ovom delu izloženi su rezultati računarske simulacije dobijeni primenom programa za simulaciju dinamičkog odziva pogona (opisanog u delu 3.2.2.) i određivanje oblasti nestabilnosti (opisanog u delu 3.2.3.). Prikazani su rezultati predviđanja oblasti nestabilnosti pomoću linearizovanog matematičkog modela i uticaj varijacije parametara motora i invertora na oblast nestabilnosti. Ispravnost dobijenih rezultata pomoću linearizovanog matematičkog modela verifikovana je simulacijama odziva kompletogn, nelinearizovanog modela pogona. Podaci o motorima korišćenim za simulaciju i pri eksperimentu nalaze se u prilogu.

Rezultati prikazani na sl. 3.9. - 3.20. su dobijeni analizom spektra polova linearizovanog matematičkog modela pogona. Na sl. 3.9. prikazan je uticaj mrvog vremena na oblast nestabilnosti. Sa povećanjem mrvog vremena povećava se oblast nestabilnosti. Za svaku tačku čije su koordinate unutar oblasti nestabilnosti motor poseduje oscilatorni režim rada. Pri porastu mrvog vremena invertora podržane oscilacije se pojavljuju pri većim učestanostima izlaznog napona invertora. Sa kružićima na sl. 3.10. prikazane su tačke u kojima bar jedna od sopstvenih vrednosti ima pozitivan realan deo.



Sl. 3.9. Uticaj mrvog vremena na oblast nestabilnosti

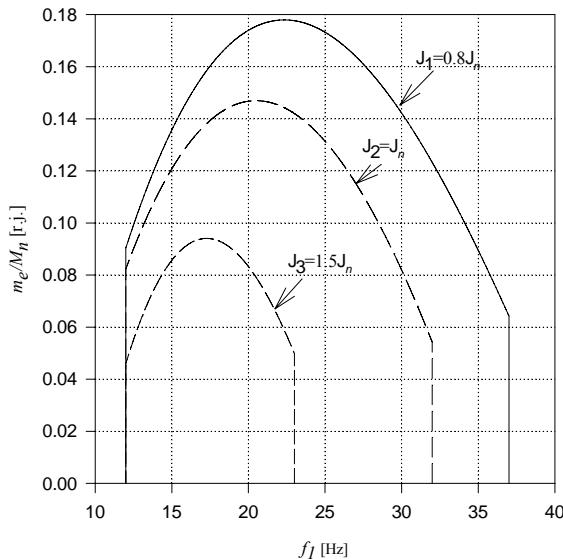


Sl. 3.10. Uticaj prekidačke učestanosti na oblast nestabilnosti

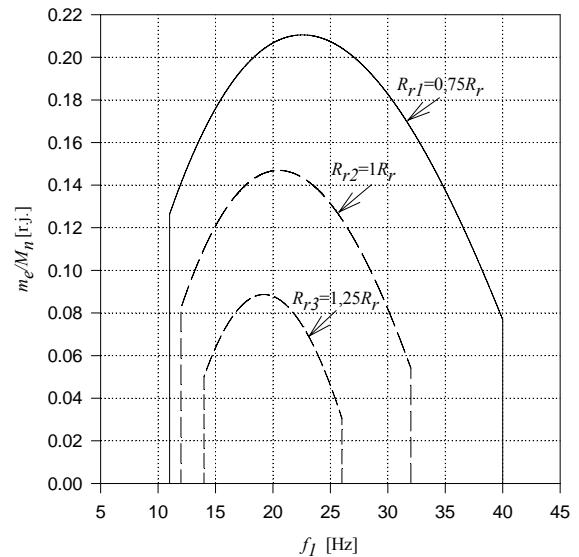
U prethodnom delu je objašnjeno da se pretraživanje  $f_1 - m_e$  ravni vrši u diskretnim koracima po učestanosti  $f_1$  i momentu  $m_e$  tako da su oblasti nestabilnosti ograničene okomitim segmentima na kraju oblasti nestabilnosti.

Povećanjem prekidačke učestanosti povećava se oblast nestabilnosti, što je prikazano na sl. 3.10. Ako je prekidačka učestanost ispod 2250 Hz ( $m_f=45$ ), može se smatrati da je pogon stabilan nezavisno od učestanosti izlaznog napona invertora. U simulacijama čiji su rezultati prikazani u ovom odeljku mrtvo vreme je iznosilo  $t_\Delta=10 \mu\text{s}$ .

Podržane oscilacije iščezavaju sa povećanjem momenta inercije. Na sl. 3.11. je prikazano da povećanje momenta inercije pogona utiče na smanjenje oblasti nestabilnosti. Promena momenta inercije ne utiče na donju granicu učestanosti oblasti nestabilnosti.



Sl. 3.11. Uticaj momenta inercije na oblast nestabilnosti



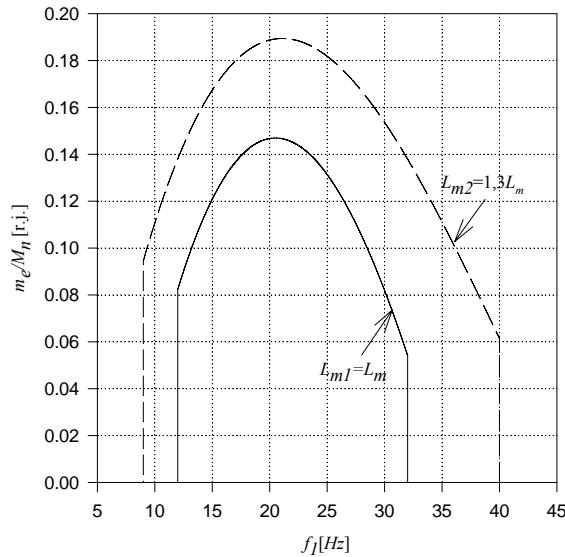
Sl. 3.12. Uticaj otpora rotorskog namota na oblast nestabilnosti

Promena otpora rotorskog namota u iznosu  $\pm 25\%$  utiče na promenu oblasti nestabilnosti kao što je prikazano na sl. 3.12. Smanjenje otpora  $R_r$  utiče na smanjenje oblasti stabilnosti. Promena otpora statora  $R_s$  ima sličan uticaj na oblast nestabilnosti. Dodavanjem dodatnog otpornika u kolo rotora klizno kolutnog asinhronog motora može se uticati na eliminaciju podržanih oscilacija.

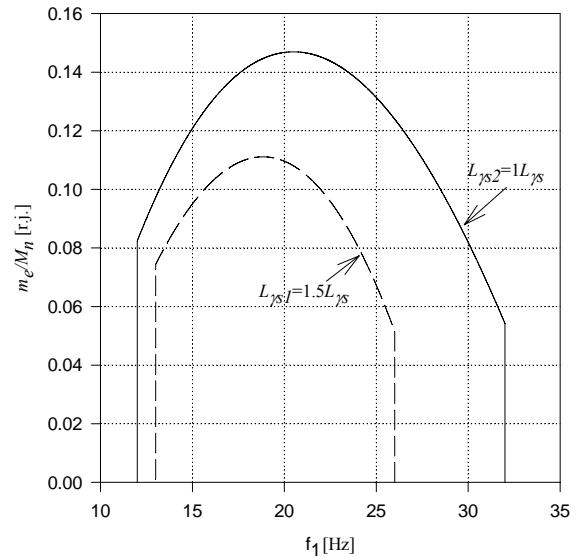
Uticaj promene induktivnosti magnećenja i induktivnosti rasipanja na oblast nestabilnosti prikazana je na sl. 3.13. i 3.14. Smanjenje induktivnosti magnećenja utiče na smanjenje oblasti nestabilnosti. Uvažavanje zasićenja mašine uticalo bi na smanjenje oblasti nestabilnosti. Promena induktivnosti rasipanja statora ( $L_{js}$ ) ima obrnut uticaj na oblast nestabilnosti u odnosu na  $L_m$ . Povećanje  $L_{js}$  utiče na smanjenje oblasti nestabilnosti. Promena  $L_{jr}$  ima sličan uticaj na oblast nestabilnosti.

Na sl. 3.15. i 3.16. prikazana je zavisnost oblasti nestabilnosti, odnosno faktora prigušenja od snage motora. Rezultati koji su prikazani do sada dobijeni su za SEVER-ov motor ZK 132 M4. Motori ZK 80, ZK 100 L4 ne poseduju podržane oscilacije, odnosno stabilni su. Pomeranje oblasti

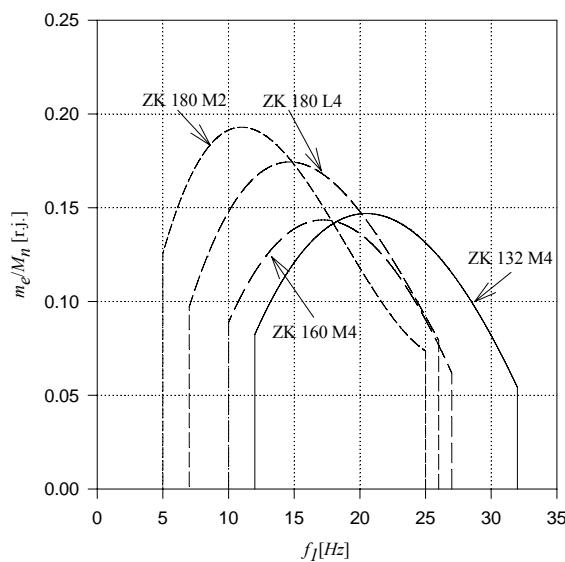
nestabilnosti sa porastom snage prikazano je na sl. 3.15. Sa porastom nazivne snage motora oblast nestabilnosti se pomera prema nižim učestanostima i prema većim momentima. Porast nazivne snage motora praćen je padom relativne vrednosti otpora statora i rotora i porastom reaktanase magnećenja. Na prethodnim graficima pokazano je da oba navedena uzroka dovode do povećanja oblasti nestabilnosti. Dominantni polovi su slabo prigušeni.



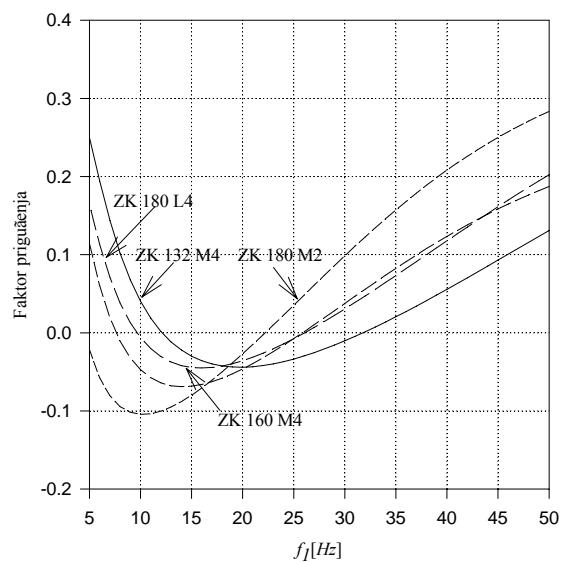
Sl. 3.13. Uticaj induktivnosti magnećenja na oblast nestabilnosti



Sl. 3.14. Uticaj induktivnosti rasipanja na oblast nestabilnosti

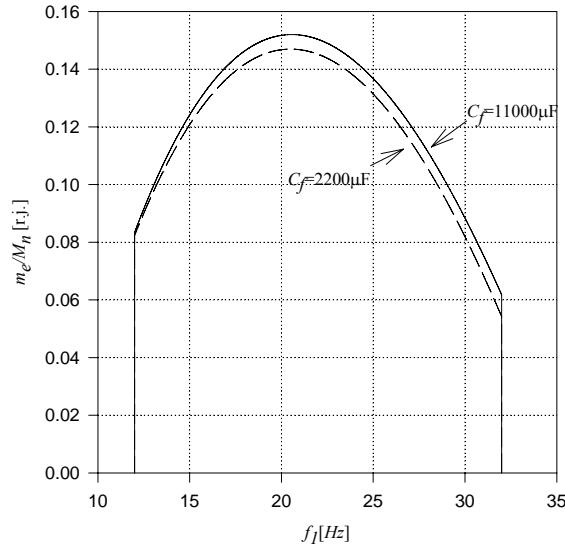


Sl. 3.15. Oblast nestabilnosti za motore različite snage

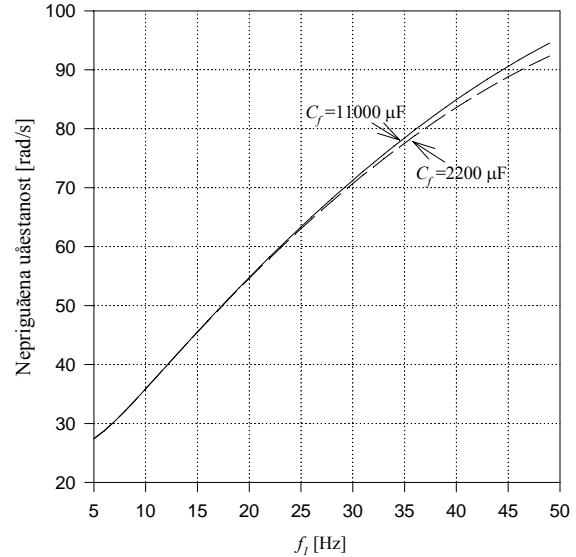


Sl. 3.16. Faktor prigušenja za motore različite snage

U referentnoj literaturi, podržane oscilacije asinhronog motora se često pripisuju pojavi oscilacija između kondenzatora u L-C filtru, magnetnog i mehaničkog podsistema motora. Ueda je radu [13] naveo eksperimentalne rezultate kojima pokazuje da kondenzator  $C_f$  nema uticaja na pojavu podržanih oscilacija. Na sl. 3.17. i 3.18. pokazano je da se oblast nestabilnosti kao i neprigušena prirodna učestanost dominantnog pola ne menjaju sa promenom vrednosti kondenzatora  $C_f$ . Rezultati simulacija vremenskog odziva brzine pri navedenim vrednostima  $C_f$  su gotovo identični.

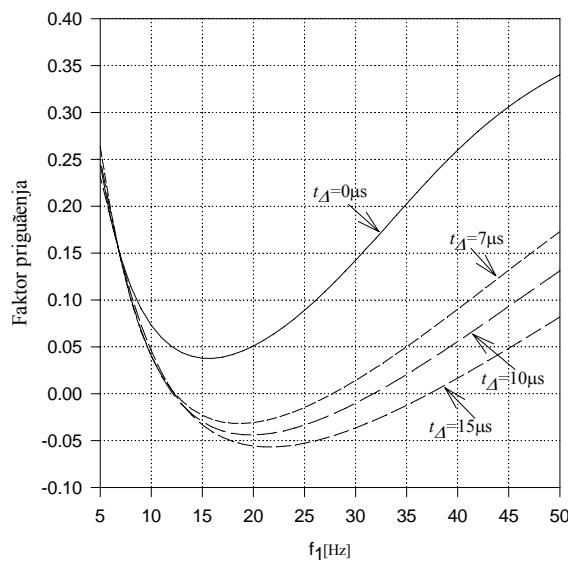


Sl. 3.17. Uticaj kondenzatora  $C_f$  na oblast nestabilnosti

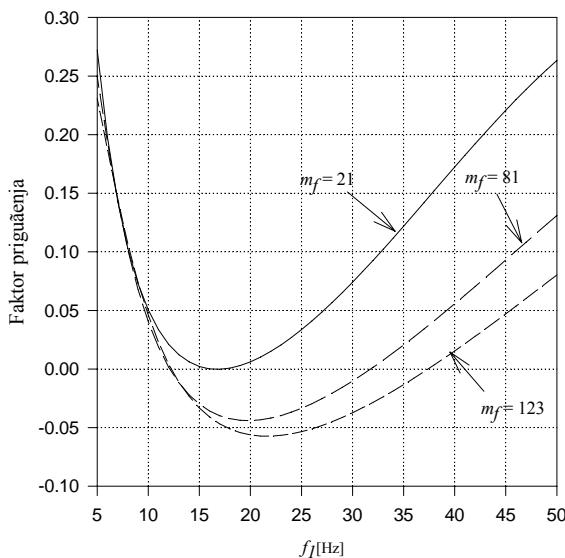


Sl. 3.18. Neprigušena prirodna učestanost

Na sl. 3.19. i 3.20. prikazana je zavisnost faktora prigušenja od učestanosti pri promeni mrvog vremena odnosno prekidačke učestanosti. Smanjenje mrvog vremena utiče na povećanje faktora prigušenja, sličan efekat proizvodi smanjenje prekidačke učestanosti.



Sl. 3.19. Varijacija faktor prigušenja pri promeni mrvog vremena

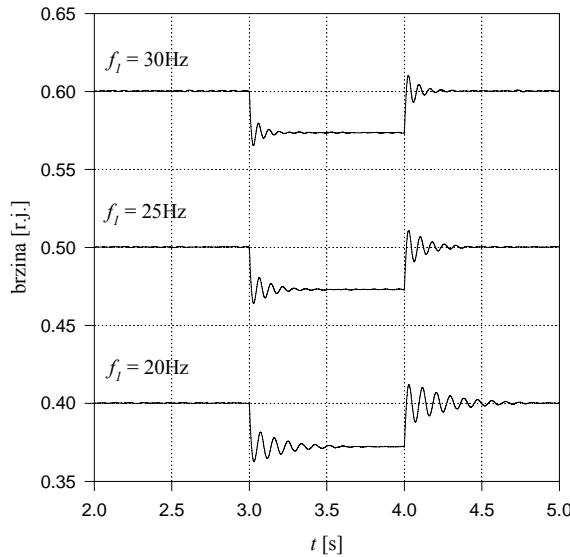


Sl. 3.20. Varijacija faktora prigušenja pri promeni prekidačke učestanosti invertora

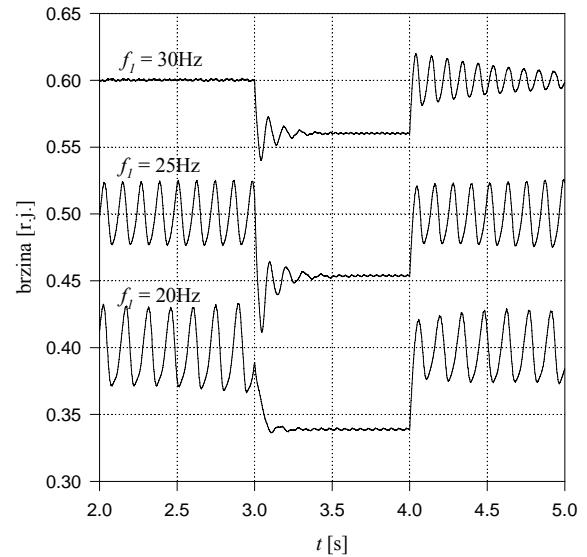
Linearizovani matematički model se može iskoristiti za predviđanje oblasti nestabilnosti, dok potpuni dinamički model (bez uvedene linearizacije) omogućuje predviđanje vremenskog odziva pogona. Na sl. 3.21. - 3.28. prikazani su rezultati istraživanja stabilnosti pogona, simulacijom vremenskog odziva pogona primenom potpunog dinamičkog modela. Prikazan je vremenski tok karakterističnih veličina kada pogon poseduje podržane oscilacije. Radna tačka pogona je izabrana tako da se nalazi unutar oblasti nestabilnosti. Rezultati prezentirani na sl. 3.21. - 3.28. služe za verifikaciju rezultata dobijenih pomoću linearizovanog modela pogona.

Na sl. 3.21. prikazan je vremenski tok brzine obrtanja za tri vrednosti učestanosti izlaznog napona invertora  $f_1 = 30\text{Hz}$ ,  $f_1 = 25\text{Hz}$ ,  $f_1 = 20\text{Hz}$ , mrtvo vreme invertora je zanemareno. Pogon je neopterećen do trenutka  $t = 3\text{s}$  kada se motor opterećuje sa  $0,16M_n$ . Odziv pogona je stabilan, nema podržanih oscilacija, međutim to ne odgovara stvarnosti. Na sl. 3.22. prikazan je isti prelazni proces kao i na sl. 3.21. s tim da je uvaženo mrtvo vreme invertora. Opterećenje pogona utiče na prigušenje oscilacija, što je prikazano na sl. 3.22. Podržane oscilacije iščezavaju kada se pogon optereti sa  $0,16M_n$ , pri čemu dolazi do iščezavanja podržanih oscilacija. Nakon rasterećenja motora u trenutku  $t = 4\text{s}$  pojavljuju se podržane oscilacije pri  $f_1 = 25\text{Hz}$  i  $f_1 = 20\text{Hz}$ . Pri učestanosti  $f_1 = 30\text{Hz}$  faktor prigušenja pogona je mali po iznosu ali pozitivan, usled čega oscilacije sporo iščezavaju. Ako se zanemari mrtvo vreme invertora odziv brzine pogona je stabilan.

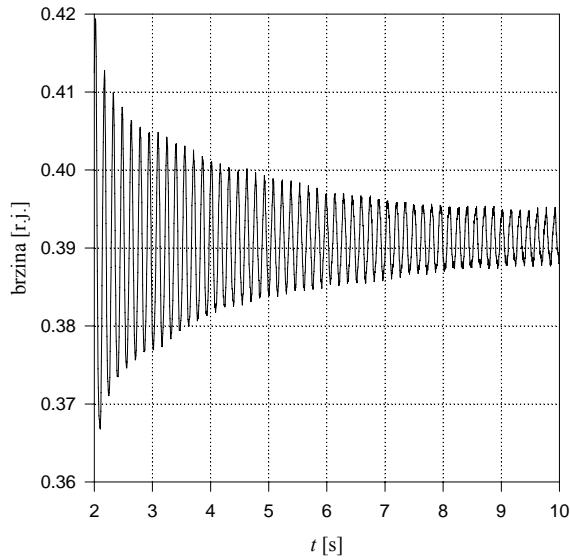
Na sl. 3.23. i 3.24. prikazan je vremenski tok brzine pri opterećenju od  $0,04M_n$ . Promena opterećenja je usledila u trenutku  $t = 2\text{s}$ . Amplituda podržanih oscilacija brzine je manja nego za slučaj neopterećenog motora. Na sl. 3.24. prikazan je uvećan detalj brzine motora pri opterećenju od  $0,04M_n$ .



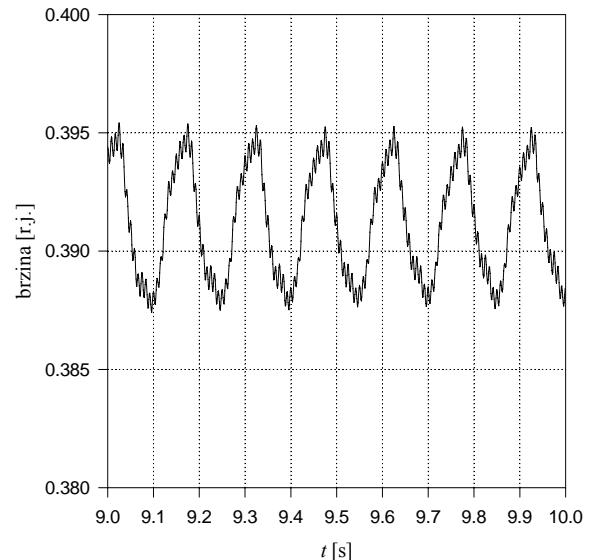
Sl. 3. 21. Odziv brzine pri  $t_A = 0\mu\text{s}$  i  $f_l = 30\text{Hz}$ ,  
 $f_l = 25\text{Hz}$  i  $f_l = 20\text{Hz}$



Sl. 3. 22. Odziv brzine pri  $t_A = 10\mu\text{s}$  i  
 $f_l = 30\text{Hz}$ ,  $f_l = 25\text{Hz}$  i  $f_l = 20\text{Hz}$



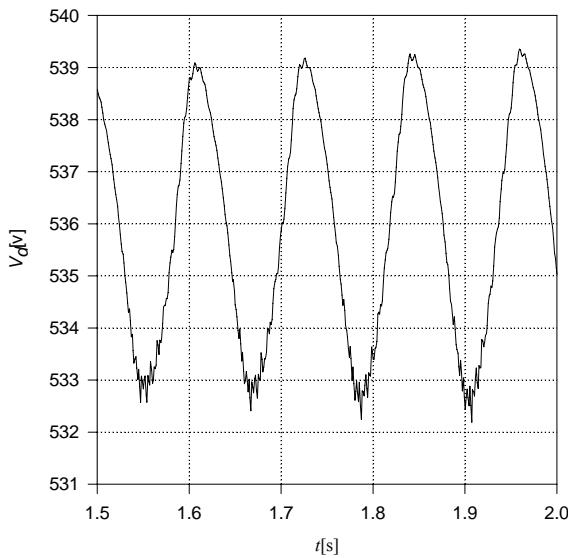
Sl. 3.23. Odziv brzine pri opterećenju od  $0,04M_n$



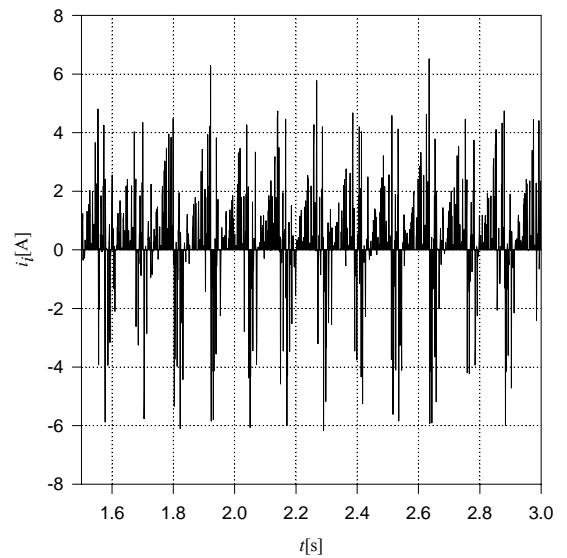
Sl. 3.24. Odziv brzine pri opterećenju od  $0,04M_n$

Pri izučavanju stabilnosti pogona interesantno je posmatrati odziv brzine pri opterećenjima koja su ispod 10% nazivnog momenta. Podržane oscilacije brzine postoje pri navedenim opterećenjima pogona. Sa porastom opterećenja raste faktor prigušenja. Za pojedine vrednosti parametara motora i frekventnog pretvarača podržane oscilacije se mogu javiti i pri opterećenju koje je jednako polovini nazivnog opterećenja.

Na sl. 3.25. do 3.28. prikazane su veličine jednosmernog međukola i struja motora, kada je radna tačka pogona izabrana unutar oblasti nestabilnosti. Pogon je neopterećen.

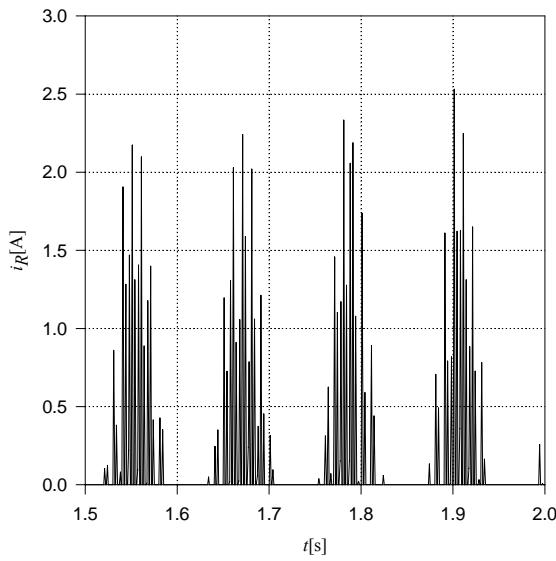


Sl. 3.25. Napon na kondenzatoru  $V_d$

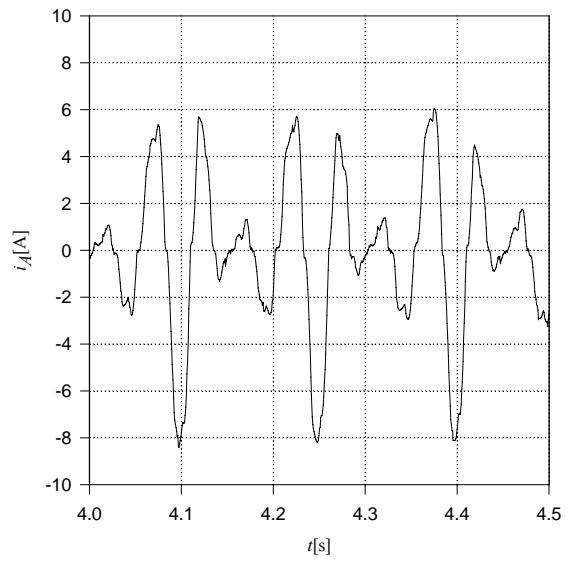


Sl. 3.26. Struja invertora na jednosmernoj strani  $i_l$

Napon kondenzatora  $V_d$  osciluje oko srednje vrednosti. Ako bi pogon bio stabilan izostale bi oscilacije napona  $V_d$ . Struja  $i_l$  prati oscilacije napona  $V_d$ . Struja ispravljača  $i_R$  je prekidna, što zahteva uvažavanje u linearizovanom matematičkom modelu. Fazna struja motora odstupa od prostoperiodičnog oblika.



Sl. 3.27. Struja ispravljača  $i_R$

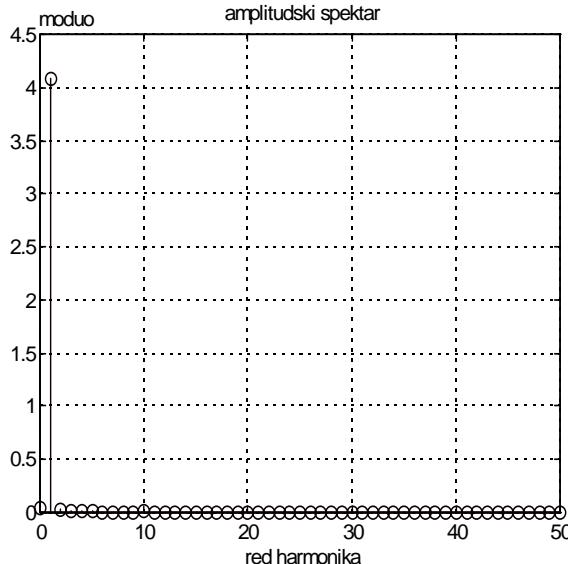


Sl. 3.28. Struja faze "a" motora  $t_A=10\mu s$ ,  $f_1=20Hz$ ,  $m_m=0$

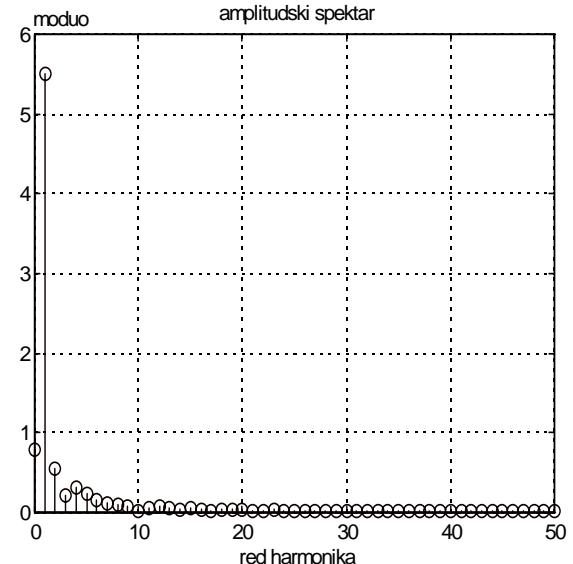
Napon i struja motora nisu sinusnog oblika pa je potrebno sprovesti harmonijsku analizu struje. Na sl. 3.29. i 3.30. prikazani su spektri struje faze motora kada se zanemari i kada se uvaži

mrtvo vreme. Ako se zanemari mrtvo vreme tada harmonici struje, do učestanosti 1125 Hz praktično su zanemarljivi. Mrtvo vreme uvaženo u iznosu od  $t_\Delta = 7\mu s$  dovodi do izobličenja izlaznog napona invertora, odnosno do pojave harmonika struje pri nižoj učestanosti, kao što je prikazano na sl. 3.30. Amplituda harmonika naznačena je u amperima.

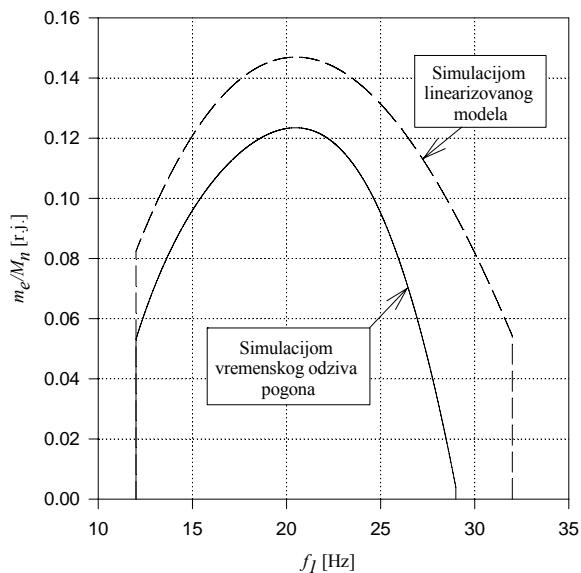
Simulacije vremenskog odziva kompletног pogona omogуују да се izvršи provera valjanosti rezultata dobijenih pomoću linearizovanog matematičkog modela. Na sl. 3.31. naznačene su oblasti nestabilnosti dobijene simulacijom vremenskog odziva pogona i oblast nestabilnosti prikazana na sl. 3.9, dobijena pomoću linearizovanog matematičkog modela. Rezultati dobijeni pomoću linearizovanog modela daju nešto veću oblast nestabilnosti nego rezultati dobijeni simulacijom vremenskog odziva pogona. Odstupanja u oblastima nestabilnosti postoje kao posledica samog pristupa u ispitivanju stabilnosti pomoću linearizovanog modela. Radna tačka pri podržanim oscilacijama počinje da osciluje, amplituda oscilacija je konačna dok se pri linearizaciji pogona prepostavlja da su poremećaji oko stacionarne vrednosti dovoljno mali. Konačna vrednost amplitude podržanih oscilacija utiče na neslaganje rezultata dobijenih pomoću linearizovanog modela pogona i simulacijom vremenskog odziva. Pri numeričkoj integraciji unosi se greška usled integracije rešenja na diskretnom skupu tačaka. Može se smatrati da postoji zadovoljavajuće slaganje rezultata dobijenih simulacijom vremenskog odziva pogona i linearizovanog modela.



Sl. 3.29. Spektar struje motora  $t_\Delta=0\mu s$ ,  
 $f_I=25Hz$ ,  $m_m=0$



Sl. 3.30. Spektar struje motora  $t_\Delta=7\mu s$ ,  
 $f_I=25Hz$ ,  $m_m=0$



Sl. 3.31. Verifikacija rezultata

## 4. ELIMINACIJA PODRŽANIH OSCILACIJA UVOĐENJEM POV RATNE SPREGE PO STRUJI JEDNOSMERNOG MEĐUKOLA

U prethodnom delu razmatran je oscilatorni način rada asinhronog motora. Prikazano je kako linearizovani matematički model pogona može poslužiti za predviđanje oblasti nestabilnosti. U ovom poglavlju navode se neka rešenja za suzbijanje podržanih oscilacija datih u referentnoj literaturi kao i jedno originalno rešenje iznetog problema.

Rešenje problema podržanih oscilacija asinhronog motora, koji se napaja iz simetričnog sinusnog izvora napona, izneto je u radu [6]. Promenom parametara motora odnosno njihovom boljom "usklađenošću" moguće je eliminisati oscilacije brzine. Ovim predlogom rešenja ne mogu se eliminisati oscilacije već napravljenog pogona. Navedeno rešenje može poslužiti konstruktorima mašina. Slično rešenje problema se predlaže u [7,8] za slučaj asinhronog motora napajanog iz šestopulsnog naponskog invertora. Promenom parametara pogona da bi se eliminisale podržane oscilacije pogoršavaju se statičke karakteristike mašine.

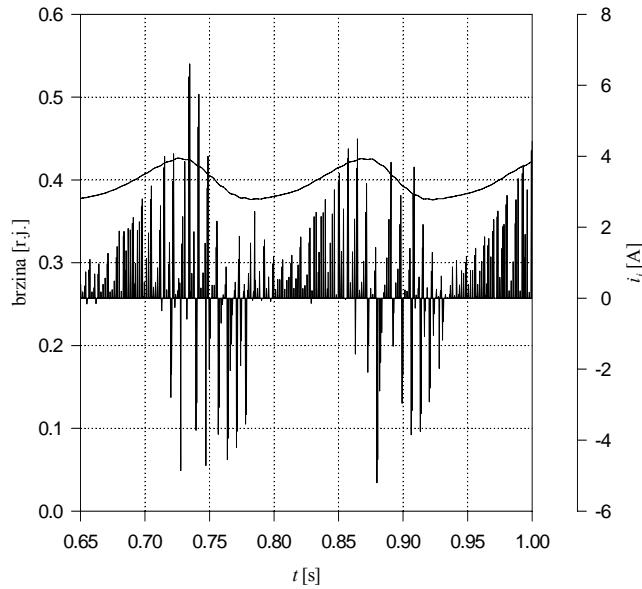
Asinhroni motor napajan iz PWM invertora za iste parametre pogona poseduje manju oblast nestabilnosti u odnosu na napajanje iz šestopulsnog invertora [2]. U [12,14] predlaže se kolo za korekciju upravljačkih PWM signala da bi se izbegao oscilatorni režim rada asinhronog motora. Kolo za korekciju pomoću foto senzora detektuje trenutak promene napona  $U_{AN}$  i u odnosu na trenutak promene upravljačkog signala tranzistora određuje iznos vremena za koliko je potrebno korigovati trenutak komutacije tranzistora u narednoj komutacionoj periodi. Detektuje se smer struje i na osnovu znaka struje vrši se korigovanje reference napona za iznos usrednjjenog napona usled mrtvog vremena tokom komutacione periode [14]. Potreba za dodatnim hardverom predstavlja nedostatak predloženih rešenja.

Istovremena kompenzacija izobličenja napona usled mrtvog vremena i pada napona na prekidačkim komponentama predložena je u [15-17]. Kompenzacija izobličenja napona realizuje se u realnom vremenu i postavljaju se znatni zahtevi za hardverom pri realizaciji samog rešenja, kompenzacija je orijentisana prema PWM sa prostornim vektorom. Za metode koje upravljačke signale generišu prema PWM algoritmu koristi se modifikacija širine upravljačkih signala za eliminaciju izobličenja napona usled mrtvog vremena.

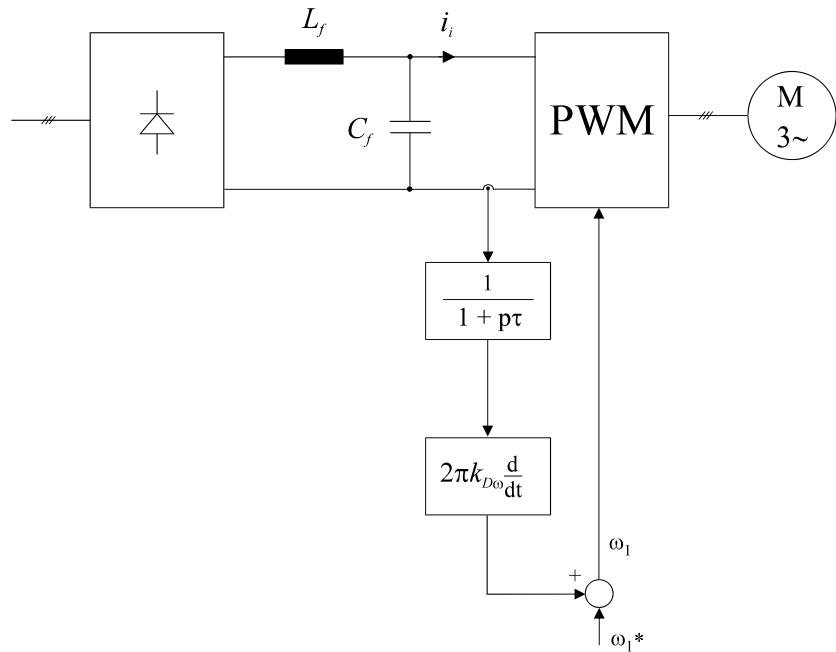
U ovom radu predlaže se modifikovanje učestanosti reference napona za eliminaciju podržanih oscilacija. Informacija o struci jednosmernog međukola raspoloživa je i koristi se u zaštitne svrhe. Referentna učestanost napona modificuje se pomoću povratne sprege po struji jednosmernog međukola. Na sl. 4.1. pokazano je da struja jednosmernog međukola  $i_t$  prati oblik brzine pri pojavi podržanih oscilacija brzine u pogonu. Propuštajući struju  $i_t$  kroz filter, dobija se signal koji odgovara brzini i koji se može iskoristiti za modifikaciju referentne učestanosti napona.

Pokazano je da uvođenje povratne sprege stabilizuje posmatrani pogon. Sve sopstvene vrednosti pogona nalaze se u levoj poluravni kompleksne ravni. Simuliran je vremenski odziv pogona sa uvedenom povratnom spregom. Predložena regulaciona struktura za eliminaciju

podržanih oscilacija prikazana je na sl. 4.2. Struja  $i_i$  se dovodi na filter čija je vremenska konstanta  $\tau = 30$  ms da bi se eliminisali njeni harmonici, nakon toga se dovodi na diferencijator. Stacionarno stanje neće biti promenjeno uvođenjem povratne sprege po izvodu struje  $i_i$ .



Sl. 4.1. Vremenska zavisnost struje  $i_i$  i brzine pri pojavi podržanih oscilacija



Sl. 4.2. Regulaciona struktura za eliminaciju podržanih oscilacija

Da bi se dobio matematički model pogona sa povratnom spregom neophodno je uvažiti novo uvedenu povratnu spregu. Povratna sprega se zatvara sa izvodom struje invertora, tako da je:

$$f_1 = f_1^* + k_{D\omega} \frac{di_i}{dt}. \quad (4.1)$$

gde je:

$k_{D\omega}$  - diferencijalno pojačanje.

Ako se izvrši linearizacija jednačine (4.1) i uvrsti (3.22) u (3.28) ima se:

$$\Delta\omega_1 = 2\pi k_{D\omega} \frac{d\Delta i_i}{dt}; \quad (4.2)$$

$$\Delta\omega_1 = 2\pi k_{D\omega} \frac{-3m_a}{4} \frac{1}{L'_s} \left( \frac{d\Delta\psi_q}{dt} - k_r \frac{d\Delta\psi_Q}{dt} \right). \quad (4.3)$$

U prethodnom delu detaljno je izведен linearizovani matematički model pogona bez povratne sprege. Jednačine stanja za  $\Delta\psi_q$  i  $\Delta\psi_Q$  glase:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\psi_q}{dt} &= q_{11}\Delta u_q + q_{12}\Delta\psi_d + q_{13}\Delta\psi_q + q_{14}\Delta\psi_D + q_{15}\Delta\psi_Q + q_{16}\Delta\omega - \psi_{d0}\Delta\omega_1; \\ \frac{d\Delta\psi_Q}{dt} &= q_{21}\Delta u_q + q_{22}\Delta\psi_d + q_{23}\Delta\psi_q + q_{24}\Delta\psi_D + q_{25}\Delta\psi_Q + q_{26}\Delta\omega - \psi_{d0}\Delta\omega_1. \end{aligned} \quad (4.4)$$

gde su:

$$q_{11}=1+i_{q0}C; \quad q_{12}=Bi_{d0}i_{q0}-\omega_{l0};$$

$$q_{13}=A+Bi_{q0}^2-1/T_s'; \quad q_{14}=-k_r i_{d0} i_{q0} B;$$

$$q_{15}=k_r/T_s'-Ak_r-Bk_r i_{q0}^2; \quad q_{16}=q_{21}=q_{22}=0;$$

$$q_{23}=k_s/T_r'; \quad q_{24}=-(\omega_{l0}-\omega_0);$$

$$q_{25}=1/T_r'; \quad q_{26}=\psi_{D0};$$

$$A = -\frac{4}{\pi} \frac{V_{d0}}{|i_s|_0 L'_s} \frac{t_A}{T_s}; \quad B = \frac{4}{\pi} \frac{V_{d0}}{|i_s|_0^3 L'_s} \frac{t_A}{T_s};$$

$$C = \frac{4}{\pi} \frac{1}{|l_s|_0} \frac{t_A}{T_s} \frac{2}{m_a}.$$

Kada se (4.4) uvrsti u (4.3) dobija se  $\Delta\omega_1$  kao linearna kombinacija promenljivih stanja.

$$\Delta\omega_1 = k''_{D\omega} [p_{11}\Delta u_q + p_{12}\Delta\psi_d + p_{13}\Delta\psi_q + p_{14}\Delta\psi_D + p_{15}\Delta\psi_Q + p_{16}\Delta\omega]. \quad (4.5)$$

gde su:

$$k''_{D\omega} = \frac{k'_{D\omega}}{1 + k'_{D\omega}(\psi_{d0} - k_r\psi_{D0})}; \quad k'_{D\omega} = -\frac{3m_a}{2L'_s}\pi k_{D\omega};$$

$$p_{1i} = q_{1i} - k_r q_{2i}; \quad \text{za } i=1,2,3,4,5,6.$$

Jednačine stanja bez uvažavanja povratne sprege glase:

$$\frac{d\Delta\mathbf{y}}{dt} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{y} + \Delta\omega_1 \mathbf{b}_2 + \Delta\mathbf{u} + \Delta m_m \mathbf{b}_L; \quad (4.6)$$

gde su:

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{y}^T &= [\Delta u_q \quad \Delta\psi_d \quad \Delta\psi_q \quad \Delta\psi_D \quad \Delta\psi_Q \quad \Delta\omega]; \\ \mathbf{b}_2^T &= [0 \quad \psi_{q0} \quad -\psi_{d0} \quad \psi_{Q0} \quad -\psi_{D0} \quad 0]; \\ \Delta\mathbf{u}^T &= [\Delta u_d \quad \Delta u_q \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]; \\ \mathbf{b}_L &= \left[ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -\frac{p}{J} \right]. \end{aligned}$$

Uvođenjem povratne sprege modifikuje se matrica sistema, usled proizvoda  $\Delta\omega_1 \mathbf{b}_2$ . Matrica modifikacije usled povratne sprege po struji jednosmernog međukola glasi:

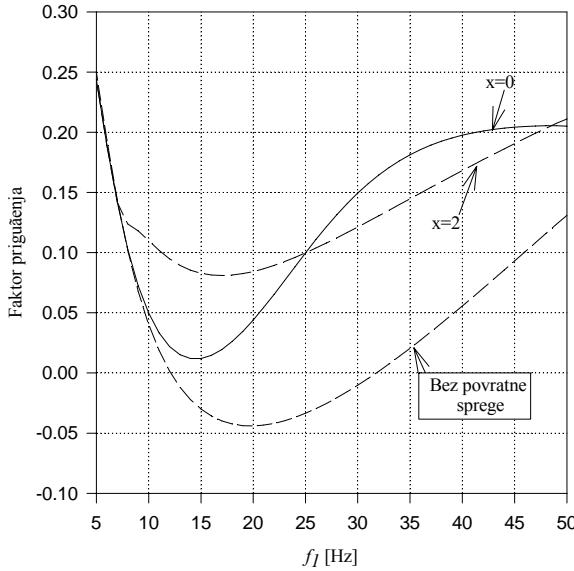
$$\mathbf{A}_{\mathbf{b}\omega}^{\text{DISC}} = \Delta\omega_1 \mathbf{b}_2 = k''_{D\omega} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_{11}\psi_{q0} & p_{12}\psi_{q0} & p_{13}\psi_{q0} & p_{14}\psi_{q0} & p_{15}\psi_{q0} & p_{16}\psi_{q0} \\ -p_{11}\psi_{d0} & -p_{12}\psi_{d0} & -p_{13}\psi_{d0} & -p_{14}\psi_{d0} & -p_{15}\psi_{d0} & -p_{16}\psi_{d0} \\ p_{11}\psi_{Q0} & p_{12}\psi_{Q0} & p_{13}\psi_{Q0} & p_{14}\psi_{Q0} & p_{15}\psi_{Q0} & p_{16}\psi_{Q0} \\ -p_{11}\psi_{D0} & -p_{12}\psi_{D0} & -p_{13}\psi_{D0} & -p_{14}\psi_{D0} & -p_{15}\psi_{D0} & -p_{16}\psi_{D0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

Matrica sistema pogona sa zatvorenom povratnom spregom po struji  $i_1$  dobija se sabiranjem matrica (4.7) i (3.52). Izvođenja u ovom poglavlju su data uz pretpostavku da je struja filtra diskontinualna. Za kontinualni režim matrica  $\mathbf{A}_{D\omega}^{\text{CONT}}$  je  $7 \times 7$  i sadrži  $\mathbf{A}_{D\omega}^{\text{DISC}}$  kao submatricu a prva vrsta i prva kolona sadrže nule.

Na sl. 4.3. prikazan je faktor prigušenja sa i bez uvažene povratne sprege. Bez povratne sprege faktor prigušenja postaje negativan za opseg učestanosti od 15-30 Hz. Uvodeći povratnu spregu faktor prigušenja postaje pozitivan. Da bi se smanjio uticaj povratne sprege, na odziv pogona, za oblast učestanosti gde je pogon stabilan i bez povratne sprege, posmatran je i slučaj kada je pojačanje u povratnoj spredi promenljivo sa referentnom učestanošću, zakon promene pojačanja sa referentnom učestanošću glasi:

$$k_{D\omega 1} = k_{D\omega} \left( \frac{25}{f_1^*} \right)^x ; \quad x = 0 \text{ ili } 2. \quad (4.8)$$

$$k_{D\omega} = -0,02.$$

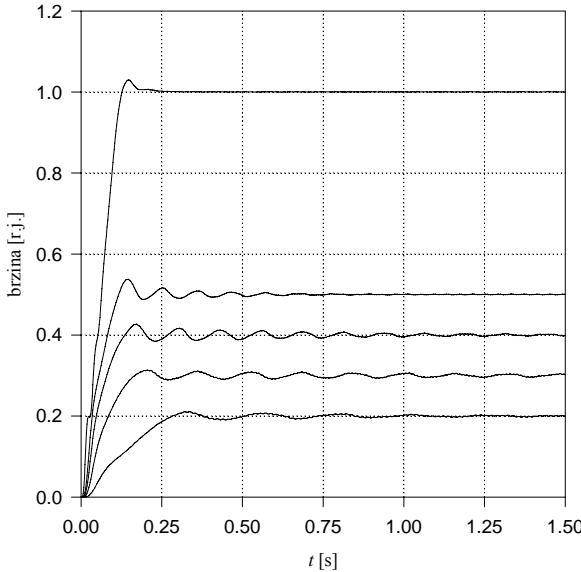


Sl. 4.3. Faktor prigušenja za različite vrednosti  $x$

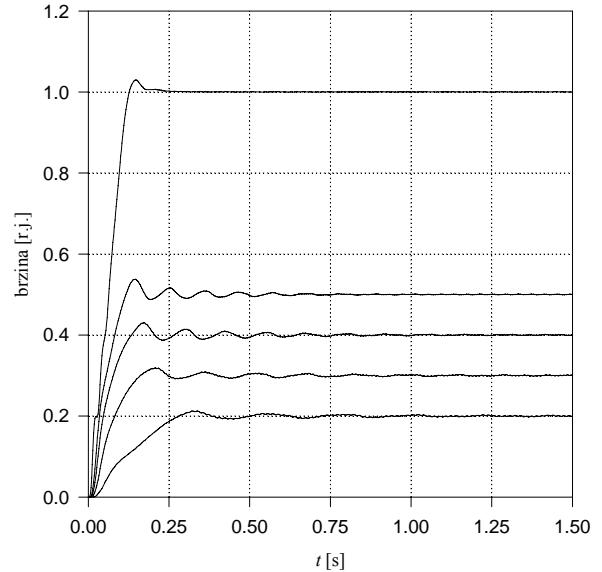
Simulacija vremenskog odziva pogona prikazana je na sl. 4.4. i 4.5. Prikazan je odziv pogona kada je  $x = 0$  i  $x = 2$ , za različite vrednosti referentne učestanosti  $f_1$ . Podržane oscilacije brzine eliminisane su uvedenom povratnom spregom. Ako se referentna vrednost učestanosti menja prema (4.8), uz  $x = 2$  faktor prigušenja pri učestanostima ispod polovine nazivne vrednosti je veći nego pri  $x = 0$ . Uvođenje povratne sprege po struji jednosmernog međukola ne utiče na odziv pogona pri učestanostima kada je pogon stabilan. Ako je pojačanje  $k_{D\omega}$  promenljivo uz  $x = 2$  odziv

brzine pri učestanosti od  $f_1 = 10\text{Hz}$  do  $f_1 = 20\text{Hz}$  je bolje prigušen, stacionarna vrednost brzine se pre dostiže odnosno prelazna pojava manje traje.

Efikasno suzbijanje podržanih oscilacija postiže se primenom povratne sprege po struji jednosmernog međukola. Faktor prigušenja ima veći iznos ako je pojačanje u povratnoj sprezi promenljivo sa učestanošću prema opisanom zakonu promene.



Sl. 4.4. Vremenski odziv pogona  $x=0$



Sl. 4.5. Vremenski odziv pogona  $x=2$

## 5. EKSPERIMENTALNI REZULTATI

U ovom delu prikazani su rezultati eksperimentalnih ispitivanja za pogon sa asinhronim motorom ZK 132 M4 napajanim iz naponskog PWM invertora. Svrha izvršenih eksperimentalnih ispitivanja je provera rezultata simulacija i eksperimentalno istraživanje nestabilnosti pogona. Eksperimentalna istraživanja izvršena su na Elektrotehničkom Institutu "Nikola Tesla" u Beogradu.

Da bismo eksperimentalno locirali oblast nestabilnosti pogona merene su linijska struja motora i struja na jednosmernoj strani invertora. U prethodnom poglavљу pokazano je da struja invertora  $i_i$  pri oscilatornom režimu rada

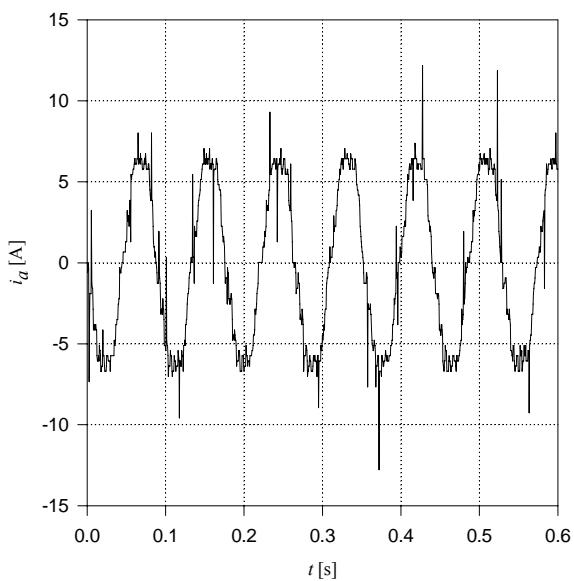
asinhronog motora i sama postaje oscilatorna, dok struja motora odstupa od prostoperiodičnog oblika. Merenje struje motora i struje invertora može poslužiti za eksperimentalno lociranje oblasti nestabilnosti. U nastavku ovog poglavlja dat je ukratko opis i način merenje navedenih struja kao i prikaz eksperimentalno dobijenih rezultata.

Energetski deo pretvarača snage se sastoji od trofaznog poluupravlјivog ispravljača, jednosmernog međukola i invertora. Za kvalitetno filtriranje izlaznog napona ispravljača, u jednosmerno međukolo je povezana baterija od šest elektrolitskih kondenzatora tako da ukupna kapacitivnost iznosi  $3300 \mu\text{F}$ . Invertor se sastoji od tri IGBT tranzistorska modula, sa po dva tranzistora u modulu. Za merenje struje u fazi invertora koristi se strujni modul zasnovan na Hallovom efektu, proizvođača LEM. U jednosmerno međukolo postavljen je takođe jedan LEM strujni modul za merenje struje jednosmernog međukola. Rezultati merenja su posmatrani na osciloskopu HITACHI VC-6045 koji poseduje osmobilnu rezoluciju. Ostvaren je prenos podataka sa osciloskopa na personalni računar. Na vratilu asinhronog motora nije bilo davača brzine; talasni oblici struje motora i struje invertora koriste se za detektovanje oscilatornog režima rada. U eprom je upisan algoritam PWM, prekidačka učestanost je iznosila 4,2 kHz i 8 kHz. Mrtvo vreme invertora je fiksno i iznosi  $t_\Delta = 4\mu\text{s}$ , promenom prekidačke učestanosti realizovana je relativna promena mrvog vremena u odnosu na iznos komutacionog perioda  $T_s$ .

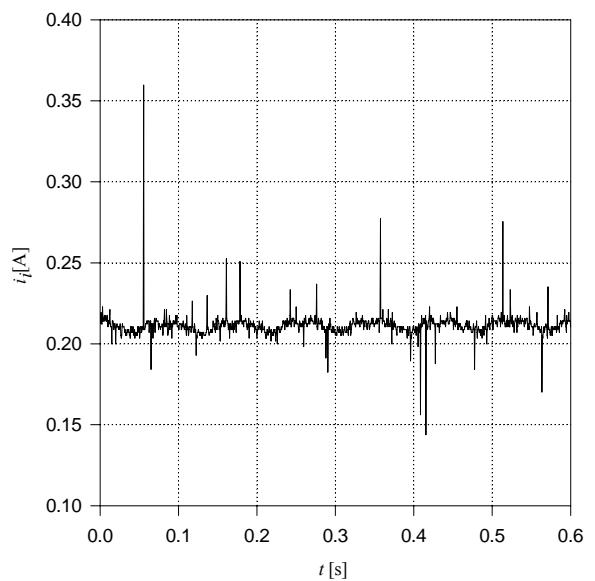
Eksperimentalno je locirana oblast nestabilnosti pri promeni učestanosti napona na motoru u opsegu od 11 Hz do 25 Hz. Prikazani su odzivi struje  $i_i$  i  $i_a$  za karakteristične vrednosti učestanosti, neposredno pre pojave podržanih oscilacija, nakon pojave podržanih

oscilacija, i za učestanost izvan oblasti nestabilnosti. Rezultati prikazani na sl. 5.1.-5.18. dobijeni su za dve različite prekidačke učestanosti 4,2 kHz i 8 kHz. Na sl. 5.19.-5.24. pokazano je da se promenom napona jednosmernog međukola može uticati na stabilnost pogona.

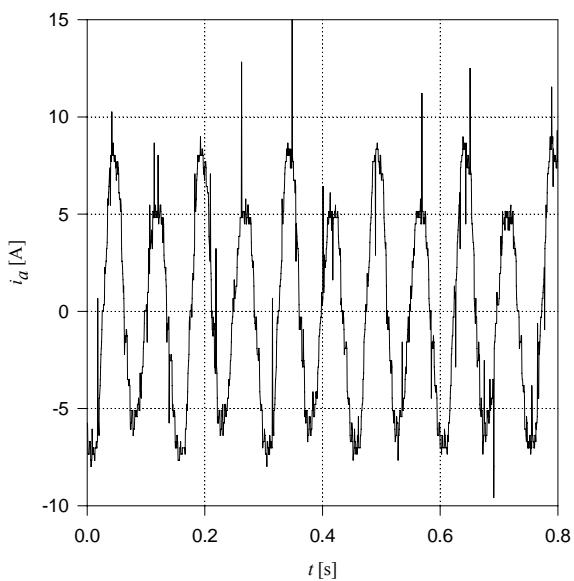
Rezultati prikazani na sl. 5.1. - 5.8. dobijeni su pri prekidačkoj učestanosti  $f_c = 4,2$  kHz. Na sl. 5.1. i 5.2. prikazana je struja motora i struja na jednosmernoj strani invertora pri  $f_1 = 11$  Hz. Vremenski tok struje motora može se smatrati da je prostoperiodičan. Podržane oscilacije nisu prisutne, pogon je stabilan. Ako se učestanost  $f_1$  poveća na 13 Hz pojavljuju se podržane oscilacije, što je prikazano na sl. 5.3. i 5.4. Pogon postaje nestabilan. Struja motora znatno odstupa od prostoperiodičnog oblika, a struja  $i_i$  počinje da osciluje oko srednje vrednosti. Vremenski tok brzine prati oscilacije struje  $i_i$ . Struja invertora  $i_a$  prikazana u ovom delu razlikuje se od vremenske zavisnosti prikazane na sl. 3.26. i 4.1. jer je pre memorisanja u računaru podvrgnuta filtraciji. Povećanje učestanosti  $f_1$  do 19 Hz praćeno je podržanim oscilacijama što je prikazano na sl. 5.5. i 5.6. Pri učestanosti  $f_1 = 19$  Hz podržane oscilacije iščezavaju, a struja motora je prostoperiodična i izostaju oscilacije struje  $i_i$  dok pogon postaje stabilan. Dalje povećanje učestanosti nije praćeno sa podržanim oscilacijama. Na sl. 5.7. i 5.8. prikazane su struje motora i invertora kada je pogon stabilan. Eksperimentalno je ustanovljeno da je oblast nestabilnosti pogona locirana u opsegu učestanosti napona na motoru od 13 do 17 Hz. Simulacijom vremenskog odziva pogona, za navedeni iznos mrvog vremena, oblast nestabilnosti se nalazi između učestanosti 14 i 17 Hz. Pri izvršenim merenjima pogon je bio rasterećen.



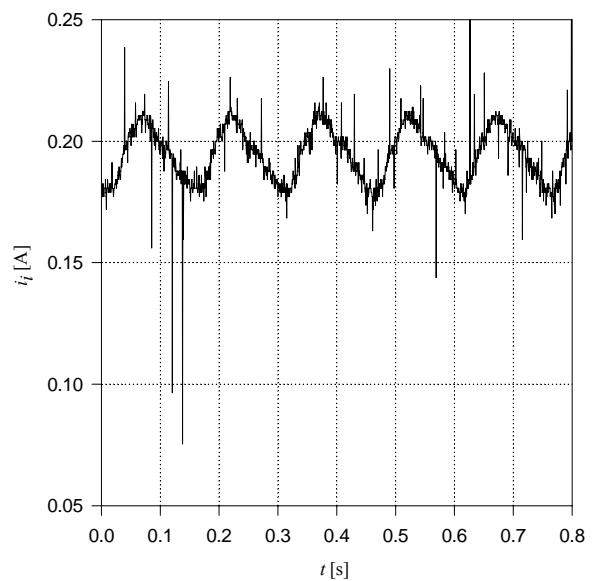
Sl. 5.1. Linijska struja motora pri  $f_l=11\text{ Hz}$



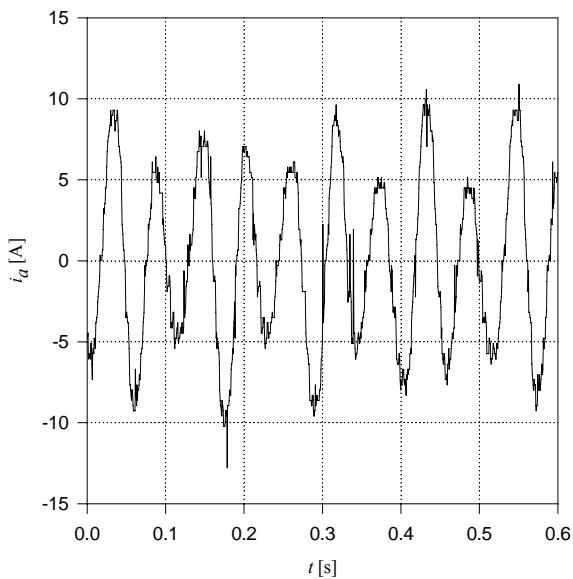
Sl. 5.2. Struja invertora pri  $f_l=11\text{ Hz}$



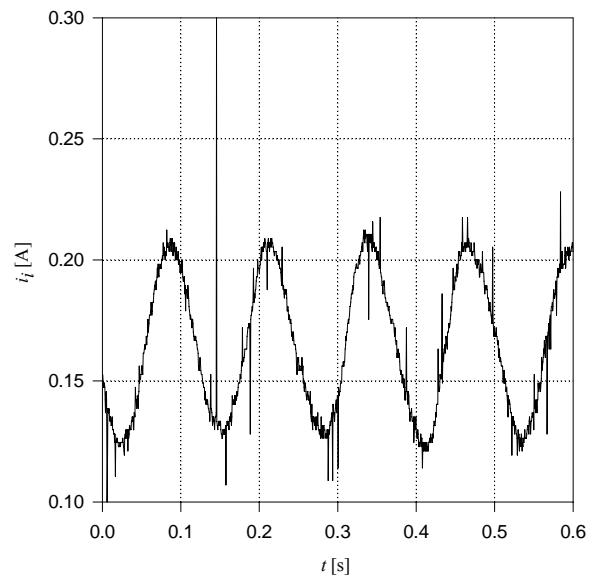
Sl. 5.3. Linijska struja motora pri  $f_l=13\text{ Hz}$



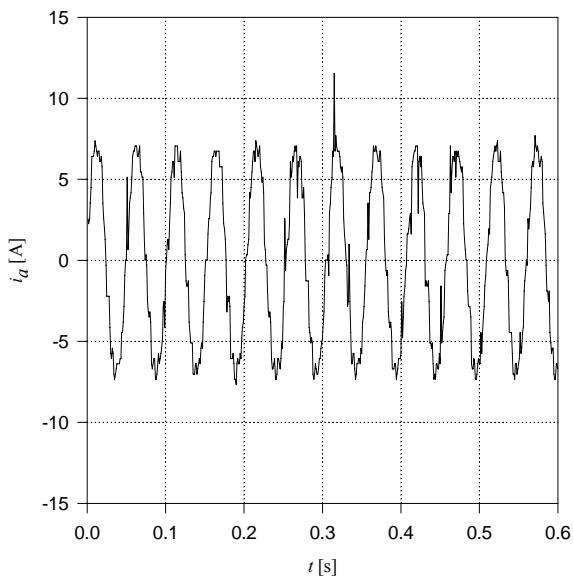
Sl. 5.4. Struja invertora pri  $f_l=13\text{ Hz}$



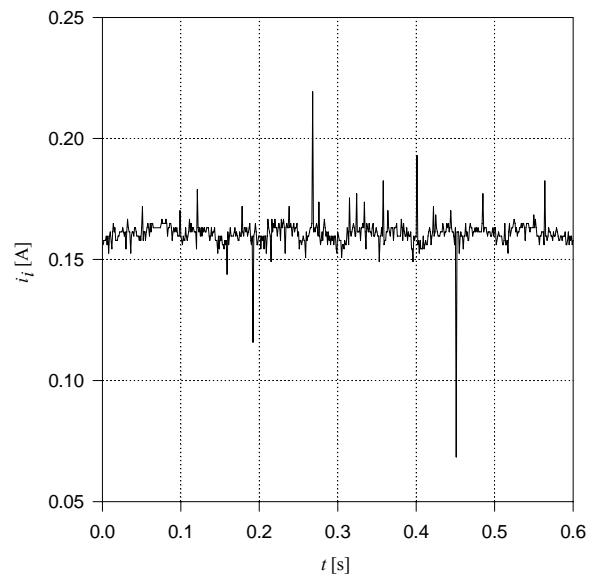
Sl. 5.5. Linijska struja motora pri  $f_l = 17 \text{ Hz}$



Sl. 5.6. Struja invertora pri  $f_l = 17 \text{ Hz}$



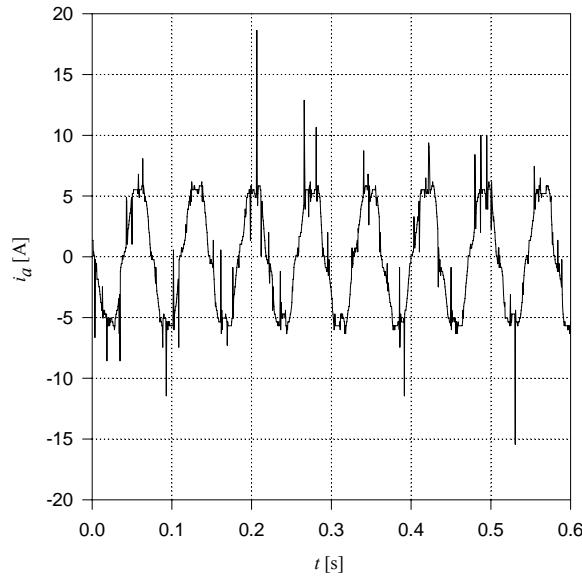
Sl. 5.7. Linijska struja motora pri  $f_l = 19 \text{ Hz}$



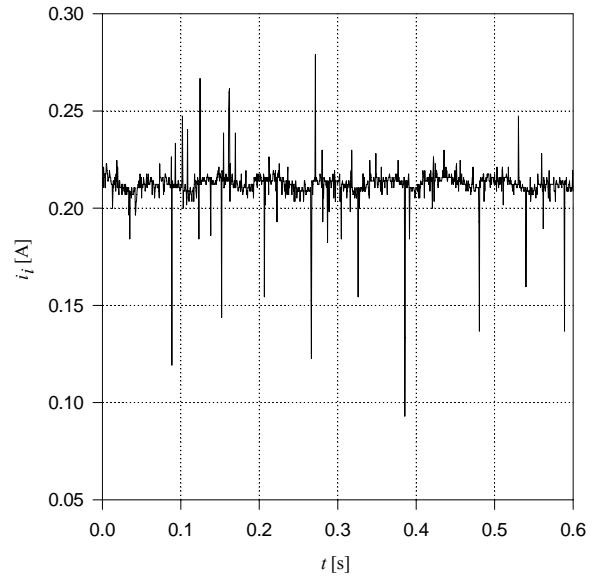
Sl. 5.8. Struja invertora pri  $f_l = 19 \text{ Hz}$

Na sl. 5.9. - 5.18. prikazani su rezultati dobijeni pri prekidačkoj učestanosti od  $f_c = 8 \text{ kHz}$ . Kada je  $f_l = 14 \text{ Hz}$  pogon je stabilan, izostaju podržane oscilacije a što je prikazano na sl. 5.9. - 5.10. Ako se  $f_l$  poveća na  $16 \text{ Hz}$  podržane oscilacije postoje, a pogon postaje nestabilan što se vidi na sl. 5.11. i 5.12. Povećanje učestanosti osnovnog harmonika napona praćeno je sa povećanjem faktora prigušenja što je ilustrovano na sl. 5.13. - 5.16. Učestanost  $f_l = 24 \text{ Hz}$  nalazi se na samoj granici nestabilnosti što se vidi po obliku struje  $i_i$ , oscilacije se sporo prigušuju tokom

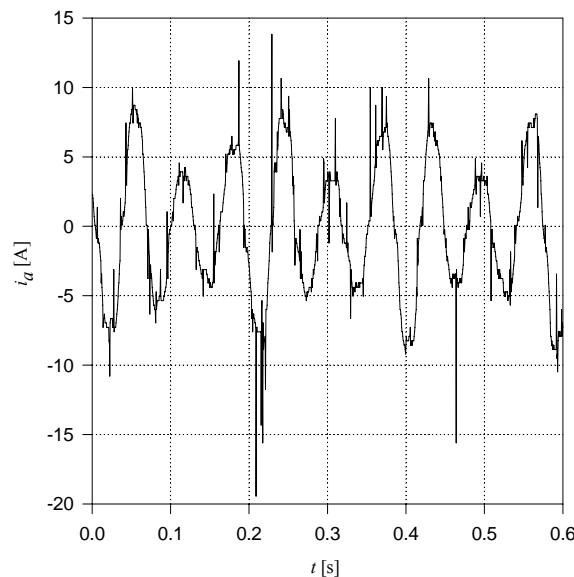
vremena. Na sl. 5.17. i 5.18. prikazan je odziv pogona kada je  $f_1 = 26$  Hz, pogon je stabilan. Eksperimentalno je ustanovljeno da je oblast nestabilnosti pogona locirana u opsegu učestanosti napona invertora od 16 do 24 Hz. Simulacijom vremenskog odziva pogona, oblast nestabilnosti se nalazi između učestanosti 13 i 22 Hz.



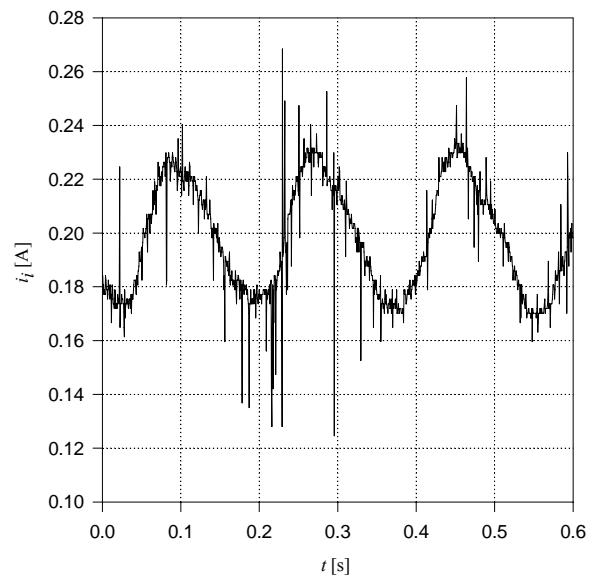
Sl. 5.9. Linijska struja motora pri  $f_1 = 14$  Hz



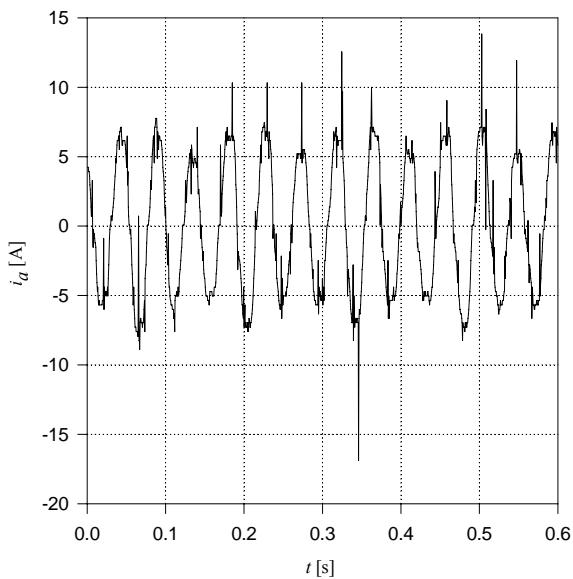
Sl. 5.10. Struja invertora pri  $f_1 = 14$  Hz



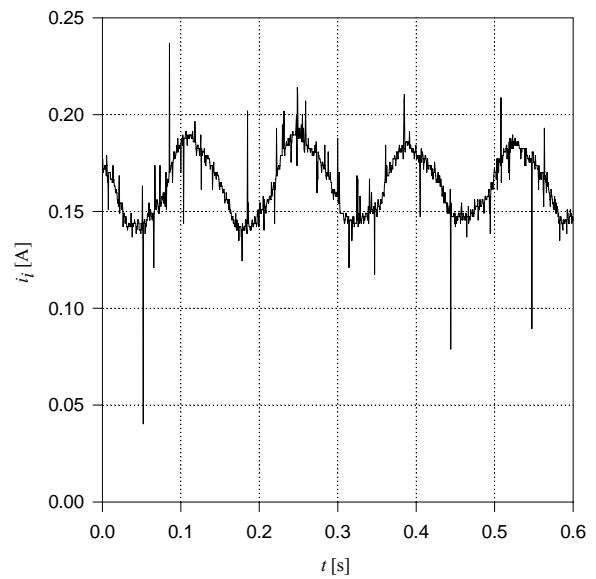
Sl. 5.11. Linijska struja motora pri  $f_1 = 16$  Hz



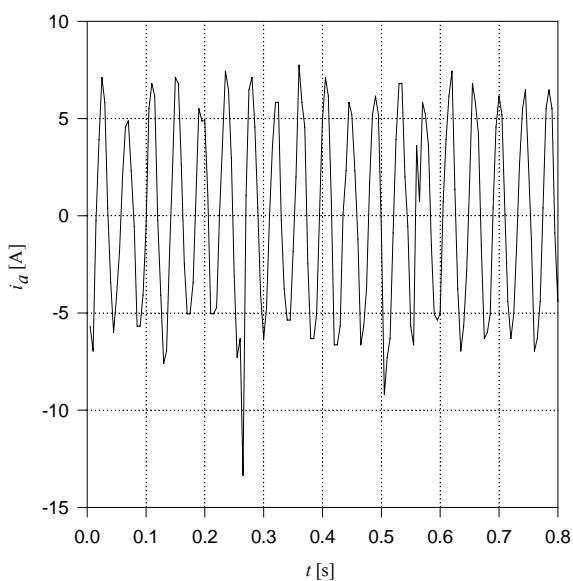
Sl. 5.12. Struja invertora pri  $f_1 = 16$  Hz



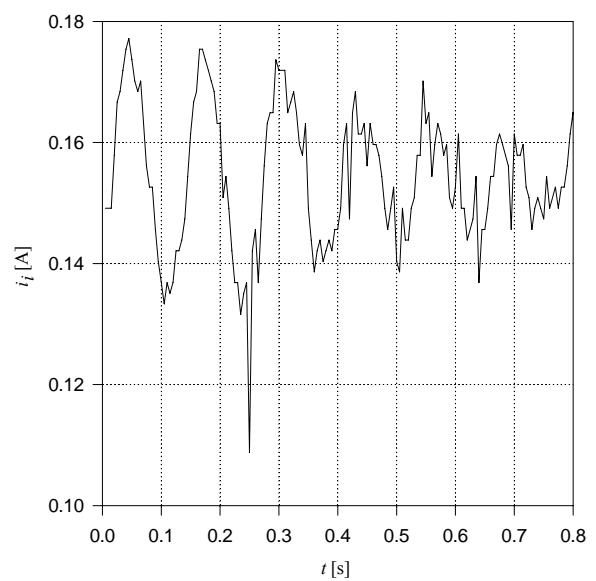
Sl. 5.13. Linijska struja motora pri  $f_l = 22 \text{ Hz}$



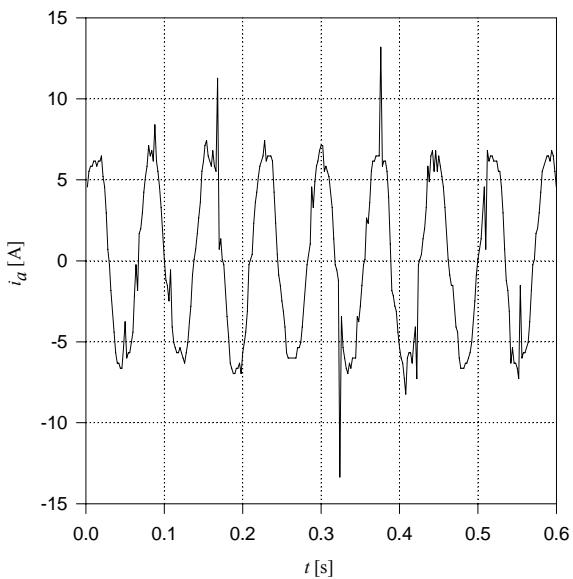
Sl. 5.14. Struja invertora pri  $f_l = 22 \text{ Hz}$



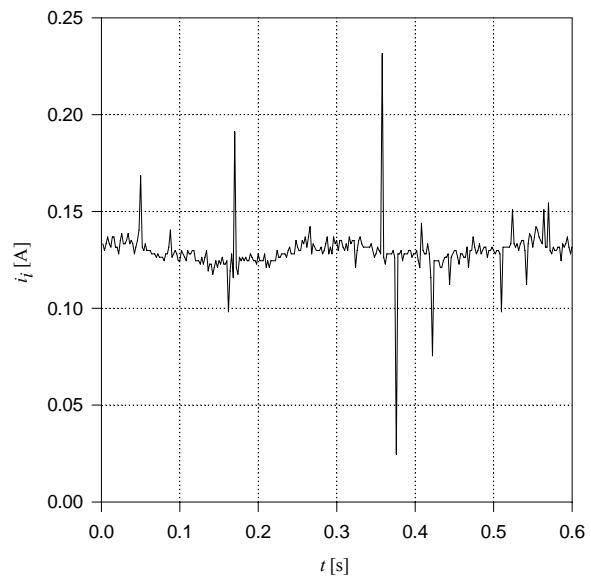
Sl. 5.15. Linijska struja motora pri  $f_l = 24 \text{ Hz}$



Sl. 5.16. Struja invertora pri  $f_l = 24 \text{ Hz}$

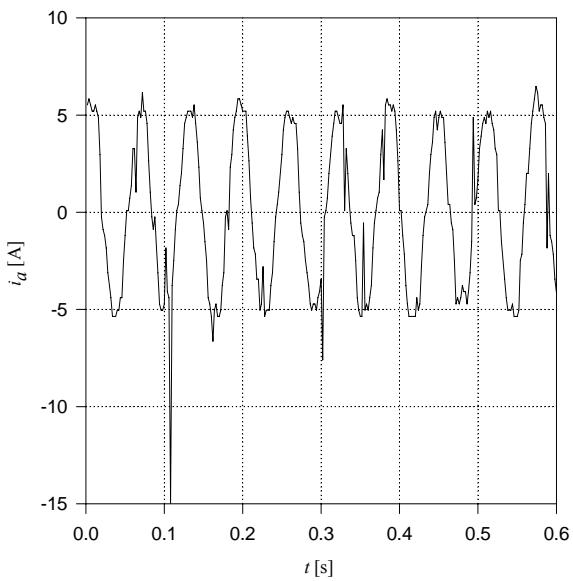


Sl. 5.17. Linijska struja motora pri  $f_I = 26 \text{ Hz}$

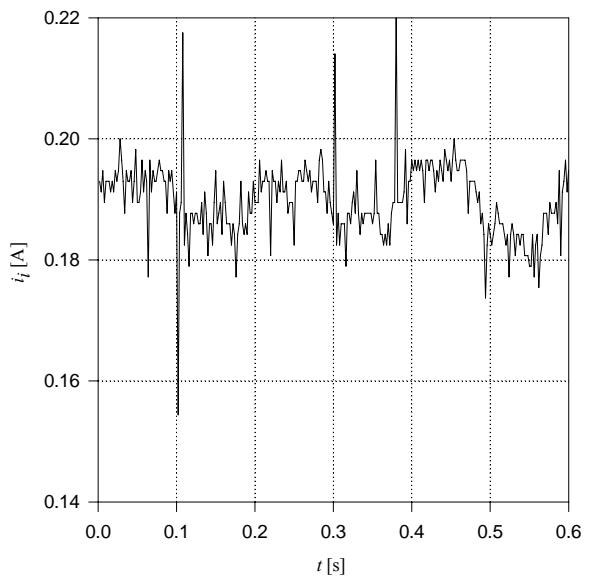


Sl. 5.18. Struja invertora pri  $f_I = 26 \text{ Hz}$

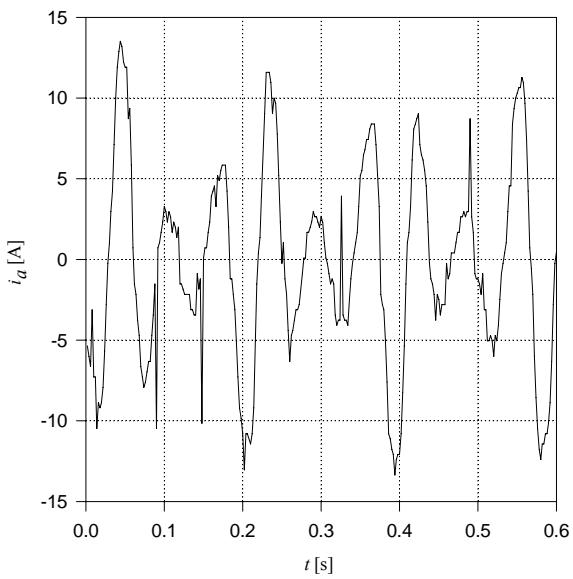
Promenom napona jednosmernog međukola menja se efektivna vrednost napona koji je doveden na motor, pri nepromjenjenoj učestanosti  $f_1$  menja se nivo fluksa u mašini. Na narednim graficima prikazan je uticaj napona jednosmernog međukola na odziv pogona. Učestanost napona na motoru iznosi  $f_1 = 16 \text{ Hz}$ . Napon  $V_d$  menja se od 352 V do 600 V. Nazivna vrednost iznosi 460 V. Prekidačka učestanost je  $f_c = 8 \text{ kHz}$ . Eksperimentalno je utvrđeno da je pogon stabilan kada se napon jednosmernog međukola smanji na vrednost  $V_d = 352 \text{ V}$  odnosno 416 V. Struja  $i_a$  postaje prostoperiodična izostaju izobličenja koja su prisutna kod oscilatornog režima rada asinhronog motora. Na sl. 5.19. i sl. 5.20. prikazan je odziv pogona kada napon jednosmernog međukola iznosi  $V_d = 416 \text{ V}$ . Ako se napon  $V_d$  poveća na nominalan iznos od 460 V pogon postaje nestabilan. Dalje povećanje napona  $V_d$  praćeno je sa pojavom podržanih oscilacija, što je ilustrovano na sl. 5.21.-5.24. Na sl. 5.21. i 5.22. prikazan je odziv pogona kada napon jednosmernog međukola iznosi  $V_d = 516 \text{ V}$ . Pri ovoj vrednosti napona  $V_d$  pogon je nestabilan kao i pri  $V_d = 600 \text{ V}$  što je prikazano na sl. 5.23. i 5.24. Šum koji postoji na prikazanim rezultatima posledica je komutacije prekidačkih elemenata invertora i ispravljača i manifestuje se u propadima i naglim porastima struje motora i struje invertora.



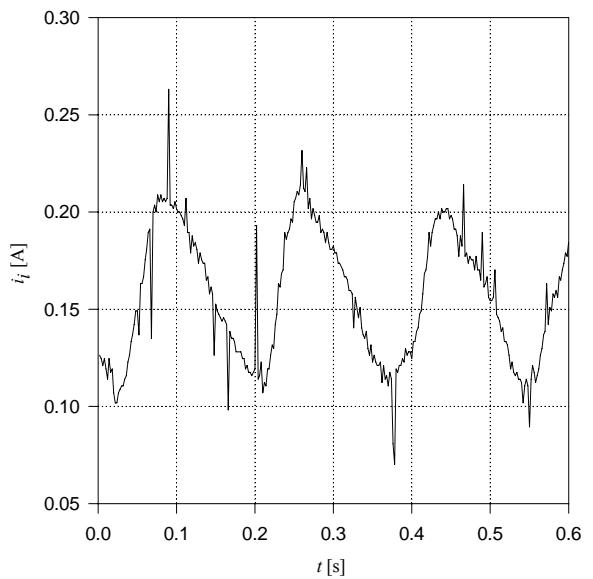
Sl. 5.19. Linijska struja motora pri naponu jednosmernog međukola  $V_d = 416 \text{ V}$



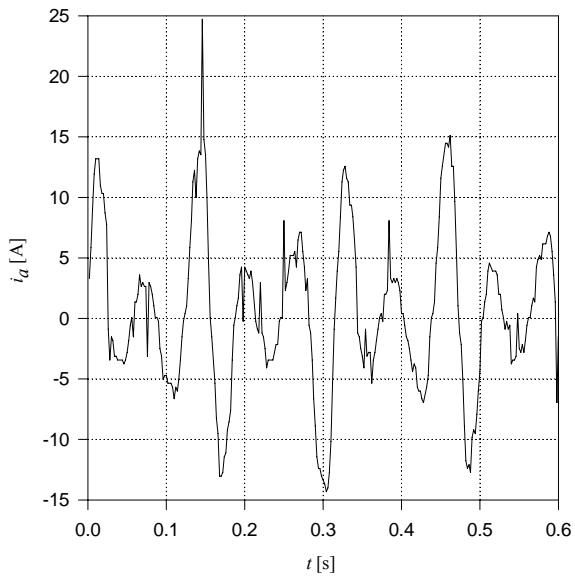
Sl. 5.20. Struja invertora pri naponu jednosmernog međukola  $V_d = 416 \text{ V}$



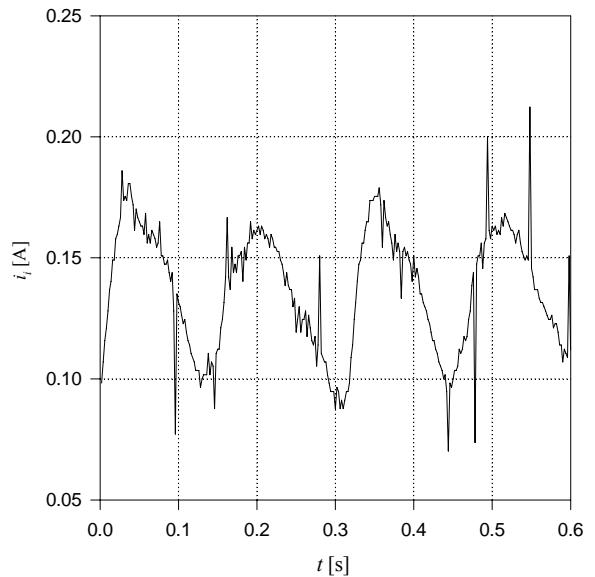
Sl. 5.21. Linijska struja motora pri naponu jednosmernog međukola  $V_d = 516 \text{ V}$



Sl. 5.22. Struja invertora pri naponu jednosmernog međukola  $V_d = 516 \text{ V}$



Sl. 5.23. Linijska struja motora pri naponu jednosmernog međukola  $V_d = 600 \text{ V}$



Sl. 5.24. Struja invertora pri naponu jednosmernog međukola  $V_d = 600 \text{ V}$

## 6. ZAKLJUČAK

Predmet naučne rasprave izložene u ovom radu je analiza uticaja mrtvog vremena frekventnog pretvarača na oscilatorni režim rada asinhronog motora. Pokazano je da mrtvo vreme invertora utiče na pojavu podržanih oscilacija, pri brzinama koje su manje od polovine nazivne vrednosti. Mrtvo vreme invertora modifikuje oblast nestabilnosti asinhronog motora.

Zahtev za promenljivom brzinom obrtanja postavlja se u savremenim industrijskim i tehnološkim procesima, ali i za pogon sve većeg broja pumpi, ventilatora, mlinova. Primena asinhronih motora u pogonima sa promenljivom brzinom obrtanja, omogućuje promenu brzine u širokom opsegu. Polazeći od potpunog nelinearnog matematičkog modela pogona izведен je linearizovani matematički model. Mrtvo vreme invertora u linearizovanom modelu pogona uvaženo je pomoću promenljivog otpornika u kolu statora. Linearizovani matematički model pogona iskorišćen je za predviđanje oblasti stabilnosti. Pri brzinama ispod polovine nazivne vrednosti postoji opasnost od nastanka podržanih oscilacija brzine, što zahteva izučavanje oscilatornog režima rada u ovim pogonima.

U radu je dat nov i originalan metod za predviđanje oscilatornog režima rada asinhronog motora. Izložen je uticaj parametara motora i invertora na oblast nestabilnosti. Pokazano je da se boljom usklađenošću parametara pogona može uticati na potpunu eliminaciju podržanih oscilacija. Rezultati simulacije odziva pogona koriste se za verifikaciju predviđanja oblasti nestabilnosti.

Predložena je regulaciona struktura za eliminaciju podržanih oscilacija. Simulacijama je verifikovana valjanost predloženog rešenja.

Eksperimentalnim putem locirana je oblast učestanosti pri kojoj pogon poseduje podržane oscilacije. Snimljeni su vremenski odzivi pogona pri oscilatornom režimu rada asinhronog motora.

U ovom radu razmatrani su problemi u vezi oscilatornog načina rada asinhronog motora odnosno podržanih oscilacija. Prikazani su rezultati dobijeni simulacijom vremenskog odziva pogona asinhronog motora pri napajanju iz frekventnog pretvarača. Pored toga izведен je linearizovan matematički model pogona. Stabilnost pogona je ispitivana pomoću linearizovanog matematičkog modela. Linearizovani matematički model omogućuje da se izvrši predviđanje oblasti unutar koje se očekuju podržane oscilacije. Eksperimentalni rezultati dobijeni su za pogon sa SEVER-ovim motorom ZK 132 M4.

Nestabilnost asinhronog motora se javlja kada postoji neusklađenost parametara motora i invertora. Proučavano je kako promene pojedinih veličina pogona utiču na stabilnost asinhronog motora. Ispitivan je uticaj mrtvog vremena invertora na stabilnost. Smanjenjem mrtvog vremena smanjuje se oblast nestabilnosti ali se zahteva primena sve bržih prekidačkih komponenti. Pri razvoju linearizovanog matematičkog modela javio se problem kako uvažiti uticaj mrtvog vremena u linearizovanom modelu. Predloženo je rešenje za uvažavanje mrtvog vremena u linearizovanom modelu, pomoću promenljivog otpornika u kolu statora. Otpornik kojim se ekvivalentira uticaj mrtvog vremena definisan je kao odnos promene faznog napona (usled mrtvog

vremena) i fazne struje motora. Kada se uticaj mrtvog vremena uvaži na predloženi način, modifikuje se matrica sistema linearizovanog modela.

Mrtvo vreme je jedna od veličina koja modifikuje oblast nestabilnosti. Promenom prekidačke učestanosti invertora menja se oblast nestabilnosti asinhronog motora. Povećanjem prekidačke učestanosti invertora harmonici napona i struje pomeraju se ka većim učestanostima, ali oblast nestabilnog rada asinhronog motora raste. Na oblast nestabilnosti utiču i parametri motora: moment inercije, otpori statora i rotora, induktivnost magnećenja i induktivnosti rasipanja statora i rotora.

Pokazano je da sa porastom nazivne snage ispitivanih motora oblast nestabilnosti se pomera u opseg nižih učestanosti i većih vrednosti momenata do  $0,2M_n$ . Podržane oscilacije brzine kod asinhronih motora veće nazivne snage uslovljavaju dodatno opterećenje ležaja motora. Povećanjem momenta inercije pogona može se eliminisati oblast nestabilnosti.

Faktor prigušenja dominantnog pola se smanjuje sa smanjenjem učestanosti izlaznog napona invertora. Većina asinhronih motora ne poseduje podržane oscilacije jer je faktor prigušenja funkcija parametara motora. Linearizovani model može poslužiti za određivanje oblasti u kojoj faktor prigušenja ima male vrednosti. Oblast sa malim vrednostima faktora prigušenja se može locirati kod svih asinhronih motora.

Frekventni pretvarač poseduje jednosmerno međukolo sa L-C filtrom. Filter se opisuje sa dve diferencijalne jednačine kada je struja induktivnosti kontinualna. Za diskontinualni režim struje, matematički opis filtra je sa dve odnosno sa jednom diferencijalnom jednačinom. Simulacije vremenskog odziva pogona ukazuju da je struja kroz induktivnost diskontinualna. U linearizovanom matematičkom modelu pogona uvažen je diskontinualni režim filtra. Filter drugog reda (L-C) ekvivalentira se pomoću filtra prvog reda (R-C). Ovo ekvivalentiranje je opravdano primeniti jer je brzina promena struje induktivnosti filtra daleko veća od brzine promena veličina u samom motoru.

Za zaštitu motora raspoloživa je informacija o struci jednosmernog međukola. Modifikujući učestanost izlaznog napona invertora moguće je eliminisati nestabilnost asinhronog motora napajanog iz PWM invertora. Učestanost se modifikuje proporcionalno sa izvodom struje  $i_t$ . Pokazno je da uvedena povratna sprega eliminiše sve polove koji se nalaze u desnoj polovini kompleksne ravni. Simulacije vremenskog odziva pogona pokazuju izostajanje podržanih oscilacija brzine kada se uvede povratna sprega po struci jednosmernog međukola.

Pokazano je da postoji slaganje rezultata dobijenih simulacijom vremenskog odziva i rezultata dobijenih pomoću linearizovanog matematičkog modela. Predviđanje oblasti nestabilnosti pomoću linearizovanog modela je efikasnije od simulacije vremenskog odziva, sa aspekta potrebnog računarskog vremena. Algoritam i program koji su razvijeni za određivanje oblasti nestabilnosti mogu se jednostavno modifikovati za neki drugi motor (sinhroni motor s permanentnim magnetima, sinhroni reluktantni) ili za napajanje iz nekog drugog frekventnog pretvarača (strujni invertor).

Simulacije vremenskog odziva pogona, kada je zanemareno mrtvo vreme, daju odziv brzine koji je stabilan pri svakoj učestanosti izlaznog napona invertora, što ne odgovara stvarnosti. Uvažavanjem mrtvog vremena dobija se odziv nestabilan za učestanosti ispod polovine nazivne

vrednosti. Struja motora pri oscilatornom načinu rada asinhronog motora deformisana je i sadrži niže harmonike koji su posledica izobličenja napona usled mrtvog vremena.

Eksperimentalnim putem određena je oblast učestanosti gde je pogon nestabilan. Snimljeni su talasni oblici struje motora i struje jednosmernog međukola pogona kada pogon poseduje oscilatorni režim rada. Talasni oblici snimljenih veličina poklapaju se sa talasnim oblicima dobijenih simulacijom vremenskog odziva pogona. Postoji slaganje rezultata dobijenih eksperimentalno sa rezultatima dobijenim pomoću simulacija na računaru. Za dalja istraživanja eksperimentalnim putem trebalo bi snimiti oblike struje motora, struje invertora i brzine obrtanja pri različitim opterećenjima motora. Eksperimentalno bi trebalo locirati oblast nestabilnosti u  $f_1$  -  $m_e$  ravni. Eksperimentalnim putem proveriti eliminaciju podržanih oscilacija pomoću povratne sprege po struji jednosmernog međukola.

U radu su prikazana tri različita načina za detektovanje oblasti nestabilnosti. Detektovana je oblast nestabilnosti pomoću simulacija vremenskog odziva, linearizovanog modela pogona i eksperimentalnim putem. Razvijen je linearizovani matematički model pogona koji omogućuje efikasno predviđanje oblasti nestabilnosti. Predložena rešenja pokazala su zadovoljavajuće slaganje. Podržane oscilacije se mogu uspešno eliminisati sa regulacionom strukturom koja je prikazana u ovom radu. Simulacija vremenskog odziva pogona je kritična sa aspekta potrebnog računarskog vremena zbog potrebe da korak proračuna bude dovoljno mali. Upotreba linearizovanog modela za određivanje oblasti nestabilnosti je efikasnija od primene potpunog nelinearnog modela pogona.

Dalji rad na poboljšanju saglasnosti izloženih rezultata može se postići uvažavanjem magnetnog zasićenja i gubitaka u gvožđu. Matematički model je potrebno napisati u koordinatnom sistemu koji je vezan za fluks mагнећења. Za potrebe regulisanog pogona sa asinhronim motorom potrebno je uvažiti postojanje odgovarajućih povratnih sprega pri razvoju linearizovanog matematičkog modela. Primenom razvijene metodologije, na strujno napajani asinhroni motor moguće je ispitivati stabilnost pogona asinhronog motora. Problem sa stabilnošću prisutan je i kod sinhronih motora s permanentnim magnetima i sinhronih reluktantnih motora, primenom pristupa koji je izložen u ovom radu moguće je locirati oblasti stabilnog rada. Ispitivanje stabilnosti nelinearnog modela bez prethodne linearizacije bio bi jedan od pravaca za dalja istraživanja u ovoj oblasti.

## 7. LITERATURA

1. V. Vučković; "Opšta teorija električnih mašina", Nauka, Beograd, 1992.
  2. P. Vas; "Electrical Machines and Drives, A space-vector theory approach", Clearendon Pres, Oxford, 1992.
  3. P.C. Krause; Analysis of electric machinery, McGraw-Hill, New York, 1986.
  4. N. Mohan; "Power electronics", John Wiley & Sons, New York, 1989.
  5. "Electrical machines and drives, A space-vector theory approach", McGraw-Hill, New York, 1986.
  6. R.H. Nelson, T.A. Lipo, P.C. Krause; "Stability analysis of a symmetrical induction machine", *IEEE Trans. on Power Apparatuses and Systems*, VOL. PAS-88, NO 1, November 1969, pp. 1710-1717.
  7. T.A. Lipo, P.C. Krause; "Stability analysis of a rectifier-inverter induction motor drive", *IEEE Trans. on Power Apparatuses and Systems*, VOL. PAS-88, NO 1, January 1969, pp. 55-66.
  8. P.C. Krause, T.A. Lipo; "Analysis and simplified representations of a rectifier-inverter induction motor drive", *IEEE Trans. on Power Apparatuses and Systems*, VOL PAS-88, NO. 5, May 1969, pp. 588-596.
  9. M.M Ahmed, J.A. Taufiq, C.J. Goodman, M. Lockwood; "Electrical instability in a voltage source inverter-fed induction motor drive at constant speed", IEE Proceedings, VOL. 133, Pt. B, NO. 4, july 1986, pp. 299-307.
  10. J.A.A. Melkebeek, D.W. Novotny; "The influence of saturation on induction machine drive dynamics", *IEEE Trans. on Industry Applications*, VOL. IA-19, NO. 5, September/Oktoper 1983, pp. 671-681.
  11. F. Profumo, A. Boglietti, G. Griva, M. Pastorelli; "Space vector and sinusoidal PWM techniques comparison keeping in account the secondary effects", IEEE Proceedings AFRICON CONF. 92, 1992.
  12. Y. Murai, T. Watanabe , H. Iwasaki; "Waveform distortion and correction circuit for PWM inverters with switching lag-times", *IEEE Trans. on Industry Applications*, VOL IA-23, NO. 5, September/November 1987, pp. 881-886.
  13. R. Ueda, T. Sonoda , S. Takata; "Experimental results and their simplified analysis on instability problems in PWM inverter induction motor drives", *IEEE Trans. on Industry Applicaton*, VOL. 25, NO. 1, January/February 1989, pp. 86-95.
  14. S.G. Jeong, M.H. Park; "The analysis and compensation of dead-time effects in PWM inverters", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, VOL. 38, NO.2, April 1991, pp. 108-114.
  15. J.W. Choi, S.I. Yong, S.K. Sul;" Inverter output voltage synthesis using novel dead time compensation", *IEEE Trans. on Power Electronics.*, 1996, pp.221-227.
  16. J.W.Chi, S.I. Yong, S.K. Sul;" Inverter output voltage synthesis using novel dead time compensation", *IEEE Trans. on Industry Applications*, 1994, pp.100-106.

17. J.W.Choi , S.K. Sul ; "A new compensation strategy reducing voltage/current distortion in PWM VSI systems operating with low output voltages", *IEEE Trans. on Industry Applications*, VOL. 31, NO. 5, September/Okttober 1995, pp. 1001-1008.
18. Y.K. Lo, C.L. Chen; "A voltage-mode controlled high-input-power-factor AC line conditioner with minimized output voltage harmonics", *IEEE Trans. on Industry Applications*, 1994, pp. 369-374.
19. N. Mutoh, A. Ueda, K. Sakai, M. Hattori, K. Nandoh; "Stabilizing control method for suppressing oscillations of induction motors driven by PWM inverters", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, VOL. 37, NO. 1, February 1990, pp. 48-56.
20. W.S. OH, Y.T. Kim, H.J. Kim; "Dead time compensation of current controlled inverter using space vector modulation method", *Int. J. Electronics*, 1996, VOL. 80, NO. 2, pp. 277-289.
21. W.S. OH, Y.T. Kim, H.J. Kim; "Dead time compensation of current controlled inverter using space vector modulation method", IEEE Proceedings of 1995 International Conference on Power Electronics and Drive Systems, VOL.1, 1995, pp. 8-374.
22. T. Sukegawa, K. Kamiyama, K. Mizuno , T. Matsui , T. Okuyama; "Fully digital, vector-controlled PWM VSI-fed ac drives with an inverter dead-time compensation strategy", *IEEE Trans. on Industry Applications*, VOL. 27, NO. 3, May/June 1991, PP. 552-559.
23. D. Leggate, R.J. Kerkman; "Pulse based dead time compensator for PWM voltage inverters", IEEE ICON 95, ORLANDO FL, 1995, PP. 474-481.
24. M. Lockwood; "Simulation of unstable oscillations in PWM variable-speed drives", *IEEE Trans. on Industry Applications*, VOL. 24, NO. 1, January/February 1988, pp. 137-141.
25. F.Fallside, T.Wortley; "Steady-state oscillation and stabilisation on variable-frequency invertor-fed induction motor drives", PROC. IEEE, VOL. 116, NO. 6, june 1969, pp.991-999.
26. A. Singh; "Stabilisation of cycloconverter fed induction motor drive", ICEM 88, Pisa, 1988, pp. 261-264.
27. V. Vučković, S. Vukosavić; "Solution of the problem of stability of synchronous reluctance machines operating at low speeds using feed forward compensation of the internal angle deviation", ICEM 88, 1988, pp. 1-7.
28. S.M. Osheba, F.M.A. Kader; "Stability analysis of reluctance motors using the state space technique", ICEM 88, 1988, pp. 575-580.
29. A.Maamoun, M.M. Ahmed; "Microprocessor control for PWM IGBT inverter feeding tree-phase induction motor", IEEE IECON 95, ORLANDO FL, 1995, pp. 1354-1359.
30. Y.Murai, K. Ohashi, I. Hosono; "New PWM Method for fully digitized inverters", *IEEE Trans. on Industri Applications*, VOL. IA-23, NO.5, September/Okttober 1987, pp. 887-893.
31. H. Barton; "Variable frequency variable speed AC drives", Hemisphere Publishing Corporation *Electric machines and power systems*, 1987, pp. 143-163.
32. D. Grant, J.A. Houldsworth, K.N. Lower; "A new high-quality PWM AC drive", *IEEE Trans. on Industry Applications*, VOL. IA-19, NO. 2, March/April 1983, pp. 211-216.
33. Ž. Čućej, K. Jezernik; "Pulsno širinske modulacije kod izmjeničnih pretvarača", ELVEA2 53, 1986, pp. 63-66.
34. P. Ziogas, Y.G. Kang, V.R. Stefanović; "PWM control techniques for rectifier filter minimization", *IEEE Trans. on Industry Applications*, VOL. IA-21, NO.5, September/October 1985, pp. 1206-1214.

35. P.D. Evans, R.J. Hill-Cottingham; "DC link current in PWM inverters", IEEE Proceedings, VOL. 133, Pt B, NO. 4, July 1986, pp. 217-224.
36. V. Vučković, S. Vukosavić; "Control algorithm for the inverter fed induction motor drive with DC current feedback loop based on principles of the vector control", Electrical machines and power systems, VOL. 20, NO. 5, September/October, 1992.
37. T. H. Chin; "Instability of frequency induction motor drives fed from voltage source invertors", IEEE IAS 85, Toronto, 1985, pp. 704-709.

## 8. PRILOZI

Prilog A: PODACI O MOTORIMA KOJI SU KORIŠĆENI U RADU:

	$R_s$ [ $\Omega$ ]	$R_r$ [ $\Omega$ ]	$L_s$ [H]	$L_r$ [H]	$L_m$ [H]	$J$ [ $\text{kg m}^2$ ]
ZK 80 B4	13,12	10,962	0,382	0,375	0,348	0,0011
ZK 100 L4	11,531	8,779	0,537	0,526	0,5106	0,00567
ZK 132 M4	2,044	1,873	0,2	0,2	0,19153	0,021
ZK 160 M4	1,332	1,074	0,149	0,153	0,145	0,055
ZK 180 L4	0,436	0,456	0,0811	0,084	0,078	0,1
ZK 180 M2	0,347	0,38	0,108	0,1113	0,106	0,058

**Prilog B: PROGRAM ZA SIMULACIJU VREMENSKOG ODZIVA POGONA**

```
C*****  
C PROGRAM PREDSTAVLJA MODEL POGONA KOJI SE SASTOJI OD ASINHRONOG  
C MOTORA, PWM INVERTORA I L-C FILTRA.  
C UVAZAVA SE EFEKAT MRTVOG VREMENA INVERTORA.  
C KAO REZULTAT DOBIJAJU SE NAPONI UAn,UBn,UCn, PREMA ZVEZDISTU  
C MOTORA, INKORPORIRAN JE PROGRAM KOJI GENERISE TROUGAONI NOSILAC  
C I SINUSNU REFERENCU I DINAMICKI MODEL ASINHRONOG MOTORA  
C UVAZENO JE I JEDNOSMERNO MEDJUKOLO X(1) JE STRUJA KALEMA  
C X(2) NAPON NA KONDENZATORU KOJI JE UJEDNO I NAPON NA ULASKU U  
C INVERTOR. NAPON NA ULASKU U INVERTOR JE IZLAZ DIODNOG MOSTA  
C REALIZOVANA JE REKONSTRUKCIJA STRUJE NA STRUJE NA JEDNOSMERNOJ  
C STRANI INVERTORA II.  
C INTEGRACIJA SE VRSI UZ POMOC ADAMS BAS FORTOVE INTEGRACIONE  
C METODE  
C*****
```

```
IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-Z)  
INTEGER JBR,M1,I1,N1,N2,JBR1  
REAL*8 LS,LR,M,RR,RS,J,MM,P,UN,T1,NM,MC,MM1,A  
REAL*8 DA,UAN1,T,DT,SO,II,BRA1,BRA2,BRB1,BRB2,BRC1,BRC2  
REAL*8 SIA,SIB,SIC,Y11,Y12,Y13,Y14,Ud,UAn,UBn,UCn,X(7),F(7)  
REAL*8 G,E,PI,OMEGE,K,MF,FR,AS,UMAX,DTT,UAN2,UBN2,UCN2  
LOGICAL UAL,UBL,UCL  
COMMON /NAPONI/ UAL,UBL,UCL  
COMMON /BROJAC/ BRA1,BRA2,BRB1,BRB2,BRC1,BRC2,UAn,UBn,UCn  
COMMON /ZONA/ UADED,UBDED,UCDED,UAN1,UBN1,UCN1,UA,UB,UC  
COMMON /STRUJE/ SIA,SIB,SIC  
COMMON /PAR/MF,FR,AS,UMAX,DTT,K,G,E,PI,OMEGE,UAN2,UBN2,UCN2  
OPEN(10,FILE='ZK132M4.ULZ')  
READ(10,'(E15.9)') LS,LR,M,RR,RS,J,MM,P,UN,FR,T1,NM,BR,FRR,FRR1  
CLOSE(10)  
MM1=0.  
MF=81.  
AS=1./(50.*MF)  
DA=1.e-06  
DT=DA  
DTT=NM*DA  
K=4/AS  
G=AS/4.  
E=3.*G  
PI=3.1415926  
OMEGE=2.*PI*FR  
D=2.*PI/3.  
ZZ=SQRT(2./3.)  
POM1=LS*LR-M*M  
UMAX=1.41*UN  
A=0.  
T=0.
```

```

X(1)=0.
X(2)=538.6
X(3)=0.
X(4)=0.
X(5)=0.
X(6)=0.
X(7)=0.
BRA1=1.
BRA2=1.
BRB1=1.
BRB2=1.
BRC1=1.
BRC2=1.
M1=1
N1=1
I1=1
JBR=0.
JBR1=0.
OPEN(11,FILE='IA.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(16,FILE='OMEGM.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(17,FILE='UC.DAT',STATUS='UNKNOWN')

```

C UVAZEN JE FILTER, X(1) STRUJA KALEMA, X(2) NAPON KONDENZATORA  
110 SO=X(2)

```

CALL NAPON(T,Ud,Y11,Y12,Y13,Y14,DT,SO,A)
UDS=ZZ*(UA*DCOS(OMEGE*T)+UB*DCOS(OMEGE*T-)+UC*DCOS(OMEGE*T+D))
UQS= -ZZ*(UA*DSIN(OMEGE*T)+UB*DSIN(OMEGE*T-D)+UC*DSIN(OMEGE*T+D))
SIDR=(LS*X(5)-M*X(3))/POM1
SIDS=(LR*X(3)-M*X(5))/POM1
SIQR=(LS*X(6)-M*X(4))/POM1
SIQS=(LR*X(4)-M*X(6))/POM1
MC=P*M*(SIDR*SIQS-SIDS*SIQR)
II1=(UDS*SIDS+UQS*SIQS)/X(2)
SIA=ZZ*(SIDS*DCOS(OMEGE*T)-SIQS*DSIN(OMEGE*T))
SIB=ZZ*(SIDS*DCOS(OMEGE*T-D)-SIQS*DSIN(OMEGE*T-D))
SIC=ZZ*(SIDS*DCOS(OMEGE*T+D)-SIQS*DSIN(OMEGE*T+D))
CALL STRUJA(II)
IF(I1.EQ.1)THEN
F(1)=(Ud-X(2))/0.0011 ! X(1) STRUJA KALEMA
F(2)=(X(1)-II1)/0.0022 ! X(2) NAPON KONDENZATORA
F(3)=UDS-RS*SIDS+OMEGE*X(4)
F(4)=UQS-RS*SIQS-OMEGE*X(3)
F(5)=-RR*SIDR+(OMEGE-X(7))*X(6)
F(6)=-RR*SIQR-(OMEGE-X(7))*X(5)
F(7)=P*(MC-MM1)/J
ELSE
F(1)=0.
X(1)=0.
F(2)=-II1/0.0022
F(3)=UDS-RS*SIDS+OMEGE*X(4)
F(4)=UQS-RS*SIQS-OMEGE*X(3)
F(5)=-RR*SIDR+(OMEGE-X(7))*X(6)

```

```

F(6)=-RR*SIQR-(OMEGE-X(7))*X(5)
F(7)=P*(MC-MM1)/J
END IF
C NAPON NA KONDENZATORU UJEDNO TO JE I NAPON NA ULAZU U INVERTOR
IF(X(1).LE.0.) THEN
GO TO (1,2) N1
1 M1=1
N1=2
N2=3
2 II=0 !INDIKATOR KOJE JEDNACINE FILTRA TREBA KORISTITI
X(1)=0.
IF(UD.GT.X(2))THEN
GO TO (3,4) N2
3 M1=1
N1=1
N2=4
4 I1=1
ENDIF
ENDIF
JBR = JBR+1.
IF(JBR.NE.BR) GOTO 120
JBR=0.
WRITE(16,'(3(E12.6,1X))') T,X(7)/314.,MC
WRITE(17,'(6(E12.6,1X))') T,X(1),X(2),II1,II
120 T=T+DT
IF(T.LT.9.) GO TO 121
JBR1 = JBR1+1.
IF(JBR1.NE.125) GOTO 121
JBR1=0.
WRITE(11,'(6(E12.6,1X))') T,SIA,SIB,SIC,UAN,UD
121 IF(T.GT.1.) MM1=MM
IF(T.GE.T1) GOTO 25
CALL ADAMBAS (F,X,7,DT,M1)
IF (A-AS) 110,20,20
20 A=0.
GO TO 110
25 CLOSE(11)
CLOSE(14)
CLOSE(16)
CLOSE(17)
CLOSE (4)
STOP
END

C ****
C *      POTPROGRAM OPSTEG TIPO ZA ODREDJIVANJE NAPONA      *
C *      DIODNOG MOSTA, INVERTORA I NAPONA USLED MRTVOG VREMENA  *
C ****

```

SUBROUTINE NAPON (T,Ud,Y11,Y12,Y13,Y14,DT,SO,A)  
LOGICAL UAL,UBL,UCL  
REAL\*8 T,SIA,UBN1,UAN1,UCN1,UA,UB,UC,UD,DT,UAn,SO

```

REAL*8 UADED,UBDED,UCDED,SIC,SIB,BRA1,BRA2,UADED1,UADED2,
+UBDED1,UBDED2,UCDED1,UCDED2,UAN2,UBN2,UCN2,A
REAL*8 BRB1,BRB2,BRC1,BRC2,Y11,Y12,Y13,Y14
REAL*8 G,E,PI,OMEGE,K,mf,fr,as,umax,dtt,UBn,UCn
COMMON /NAPONI/ UAL,UBL,UCL
COMMON /ZONA/ UADED,UBDED,UCDED,UAN1,UBN1,UCN1,UA,UB,UC
COMMON /BROJAC/ BRA1,BRA2,BRB1,BRB2,BRC1,BRC2,UAn,UBn,UCn
COMMON /STRUJE/ SIA,SIB,SIC
COMMON /PAR/MF,FR,AS,UMAX,DTT,K,G,E,PI,OMEGE,UAN2,UBN2,UCN2

Y12=(FR/50.)*DSIN(OMEGE*T)           !REFERENCA NAPONA
Y13=(FR/50.)*DSIN(OMEGE*T-2.094395)
Y14=(FR/50.)*DSIN(OMEGE*T+2.094395)

IF(A.LT.G)THEN
Y11=-K*A
GO TO 10
ELSE
END IF
IF(A.LT.E)THEN
Y11=K*A-2.
GO TO 10
ELSE
END IF
IF(A.LT.AS)THEN
Y11=-K*A+4.
GO TO 10
ELSE
END IF
10 QUAN1=UAN1
IF (Y11-Y12) 30,30,35
30 UAN1=1.
UAL=.TRUE.
GO TO 40
35 UAN1=0.
UAL=.FALSE.
40 IF(QUAN1.LT.0.5.AND.UAN1.GT.0.5) BRA1=0.
IF(BRA1.LE.DTT.AND.BRA1.GE.0.) THEN
UADED1= -1.    ! PROMENA NAPONA NA UZLAZNOJ IVICI
ELSE
UADED1=0.
ENDIF
IF(QUAN1.GT.0.5.AND.UAN1.LT.0.5) BRA2=0.
IF(BRA2.LE.DTT.AND.BRA2.GE.0.)THEN
UADED2=1.    ! PROMENA NAPONA NA SILAZNOJ IVICI
ELSE
UADED2=0.
ENDIF
IF(SIA.GE.0.) THEN
UADED=UADED1    ! NAPON USLED EFEKTA MRTVOG VREMENA
ELSE
UADED=UADED2

```

```

ENDIF
UAN2=UAN1+UADED
QUBN1=UBN1
IF (Y11-Y13) 45,45,50
45 UBN1=1.
UBL=.TRUE.
GO TO 55
50 UBN1=0.
UBL=.FALSE.
55 IF(QUBN1.LT.0.5.AND.UBN1.GT.0.5) BRB1=0.
IF(BRB1.LE.DTT.AND.BRB1.GE.0.) THEN
UBDED1=-1. ! PROMENA NAPONA NA UZLAZNOJ IVICI
ELSE
UBDED1=0.
ENDIF
IF(QUBN1.GT.0.5.AND.UBN1.LT.0.5) BRB2=0.
IF(BRB2.LE.DTT.AND.BRB2.GE.0.)THEN
UBDED2=1. ! PROMENA NAPONA NA SILAZNOJ IVICI
ELSE
UBDED2=0.
ENDIF
IF(SIB.GE.0.) THEN
UBDED=UBDED1      !NAPON USLED EFEKTA MRTVOG VREMENA
ELSE
UBDED=UBDED2
ENDIF
UBN2=UBN1+UBDED
QUCN1=UCN1
IF (Y11-Y14) 60,60,65
60 UCN1=1.
UCL=.TRUE.
GO TO 70
65 UCN1=0.
UCL=.FALSE.
70 IF(QUCN1.LT.0.5.AND.UCN1.GT.0.5) BRC1=0.
IF(BRC1.LE.DTT.AND.BRC1.GE.0.) THEN
UCDED1= -1. ! PROMENA NAPONA NA UZLAZNOJ IVICI
ELSE
UCDED1=0.
ENDIF
IF(QUCN1.GT.0.5.AND.UCN1.LT.0.5) BRC2=0.
IF(BRC2.LE.DTT.AND.BRC2.GE.0.)THEN
UCDED2=1. ! PROMENA NAPONA NA SILAZNOJ IVICI
ELSE
UCDED2=0.
ENDIF
IF (SIC.GT.0.) THEN
UCDED=UCDED1      !NAPON USLED EFEKTA MRTVOG VREMENA
ELSE
UCDED=UCDED2
ENDIF
UCN2=UCN1+UCDED !SUMA NAPONA U IDEALNOM SLUCAJU I MRTVO VREME

```

$U_{nN} = (U_{AN2} + U_{BN2} + U_{CN2}) / 3.$   
 UA<sub>n</sub>=UAN2-UnN  
 UB<sub>n</sub>=UBN2-UnN  
 UC<sub>n</sub>=UCN2-UnN  
 UA=SO\*UA<sub>n</sub> !NAPON PREMA ZVEZDISTU MOTORA  
 UB=SO\*UB<sub>n</sub>  
 UC=SO\*UC<sub>n</sub>

- C GENERISANJE NAPONA DIODNOG MOSTA
  - UAM=UMAX\*DSIN(314.\*T)
  - UBM=UMAX\*DSIN(314.\*T-2.094395)
  - UCM=UMAX\*DSIN(314.\*T+2.094395)
- C UAM, UBM, UCM SU ULAZNI NAPONI OD STRANE MREZE
- C OSTATAK POTPROGRAMA GENERISE NAPON Ud
  - IF(UAM.GE.0.5\*UMAX) THEN
  - UA1=UAM
  - ELSE
  - UA1=0.
  - ENDIF
  - IF(UBM.GE.0.5\*UMAX) THEN
  - UB1=UBM
  - ELSE
  - UB1=0.
  - ENDIF
  - IF(UCM.GE.0.5\*UMAX) THEN
  - UC1=UCM
  - ELSE
  - UC1=0.
  - ENDIF
  - UPn=UA1+UB1+UC1
- C UPn JE NAPON ZAJEDNICKIH KATODA PREMA ZVEZDISTU MREZE
  - IF(UAM.LE.-0.5\*UMAX) THEN
  - UA2=UAM
  - ELSE
  - UA2=0.
  - ENDIF
  - IF(UBM.LE.-0.5\*UMAX) THEN
  - UB2=UBM
  - ELSE
  - UB2=0.
  - ENDIF
  - IF(UCM.LE.-0.5\*UMAX) THEN
  - UC2=UCM
  - ELSE
  - UC2=0.
  - ENDIF
- UNn=UA2+UB2+UC2 ! UNn JE NAPON ZAJEDNICKIH KATODA PREMA ZVEZDISTU
- C MREZE
  - Ud=UPn-UNn ! Ud JE NAPON NA KRAJEVIMA ISPRAVLJACA
  - BRA1=BRA1+DT

```

BRA2=BRA2+DT
BRB1=BRB1+DT
BRB2=BRB2+DT
BRC1=BRC1+DT
BRC2=BRC2+DT
A=A+DT
END

```

```

C ****
C *      POTPROGRAM ZA RESAVANJE SISTEMA DIF-JEDNACINA      *
C *          ADAMS-BASHFORTOVOM MEMTODOM INTEGRACIJ           *
C ****

```

```

SUBROUTINE ADAMBAS(F,X,N,DT,M1)
REAL*8 F(7),F1(7),F2(7),F3(7),X(7),DT
GO TO (1,2,3,4) M1
1 DO I=1,N
    X(I)=X(I)+F(I)*DT
    F3(I)=F(I)
    ENDDO
    M1=2
    RETURN
2 DO I=1,N
    X(I)=X(I)+F(I)*DT
    F2(I)=F(I)
    ENDDO
    M1=3
    RETURN
3 DO I=1,N
    X(I)=X(I)+F(I)*DT
    F1(I)=F(I)
    ENDDO
    M1=4
    RETURN
4 DO I=1,N
    X(I)=X(I)+DT*(55.*F(I)-59.*F1(I)+37.*F2(I)-9.*F3(I))/(24.)
    F3(I)=F2(I)
    F2(I)=F1(I)
    F1(I)=F(I)
    ENDDO
    RETURN
END

```

## Prilog C: PROGRAM ZA ODREĐIVANJE OBLASTI NESTABILNOSTI

%OVAJ PROGRAM OMOGUCUJE DA SE ODREDI OBLAST NESTABILNOSTI U  $f_l-m_e$   
%RAVNI UVAZENA SU OBA SLUCAJA KADA FILTAR RADI I U KONTINUALNOM I U  
%DISKONTINUALNOM REZIMU.

```
clear all
% ZK132M4 ZK180L4      ZK160M4      ZK100L4      ZK80B4      ZK180M2

zk132m4          %Ucitavaju se podaci iz ulaznog m-file
LGR=LGR;
LS=LGS+LM;
LR=LGR+LM;
RF=0;
L=0.;
LF=0.0011;
CF=0.0022;
TDED=10e-6;       %Mrtvo vreme invertora
MF=81;           %Prekidacka ucestanost

load r2200.dat -ascii;    %Ucitavanje R(ii), potrebnog za model filtra
load ir2200.dat -ascii;   %Ucitavanje Ui(ii), napon DC-kola, opteretna ka-ka ispravljaca
r=r2200;
ir=ir2200;

% PRORACUN POTREBNIH PARAMETARA

SIG=1-(LM.^2)/(LS*LR);
TSP=(SIG*LS)/RS;
TRP=(SIG*LR)/RR;
KS=LM/LS;
KR=LM/LR;
K=1.5*(P.^2*KR)/(J*LS*SIG);
LSP=SIG*LS;
nula=[0 0 0 0 0];
nula7=[0 0 0 0 0 0];
Vio=535.;           %Napon invertora
t=0;
for j=1:46,
    fs(j)=50-(j-1);        %ucestanost
    Ma(j)=fs(j)/50.;       %indeks amplitudske modulacije
    omeg10(j)=2*pi*fs(j); %sinhrona brzina
    for i=1:12,
        omeg0(i,j)=omeg10(j)-(i-1)*3.14*0.25;

% A1- MATRICA POTREBNA ZA PRORACUN STACIONARNIH VREDNOSTI
%FLUKSA
A1=[1/TSP      -omeg10(j)      -KR/TSP      0
     omeg10(j)    1/TSP         0           -KR/TSP
     -KS/TRP     0             1/TRP        -(omeg10(j)-meg0(i,j))
     0            -KS/TRP       omeg10(j)-omeg0(i,j)   1/TRP];
```

```

B1=inv(A1);
Vqso(j)=-Ma(j)*(Vio/2);
U=[0 Vqso(j) 0 0]';
PSI=B1*U; %stacionarne vrednosti flukseva masine
tee(i,j)=1.5*P*KR/(LS*SIG)*(PSI(3)*PSI(2)-PSI(4)*PSI(1));
T=[LS 0 LM 0
    0 LS 0 LM
    LM 0 LR 0
    0 LM 0 LR];
is=inv(T)*[PSI(1) PSI(2) PSI(3) PSI(4)]'; %stacionarne vrednosti struja
i0=sqrt(is(1).^2+is(2).^2);
ii=-0.75*Ma(j)*is(2); %struja invertora na jednosmernoj strani

if ii < max(r(:,1));

%Ucitavanje vrednosti za napon i otpor prema sracunatoj vrednosti struje invertora

%DISKONTINUALNI REZIM

R=table1(r,ii);Vio=table1(ir,ii);

%AMOTOR- MATRICA SISTEMA ASINHRONOG MOTORA, NAPAJANOG IZ PWM
%INVERTORA SA, ZANEMARENIM EFEKTOM MRTVOG VREMENA

A11=-1/(R*CF);
A13(j)=-(3*Ma(j).^2)/(8*CF*LSP);
A15(j)=(-A13(j))*KR;

AMOTOR=[A11 0 A13(j) 0 A15(j) 0
        0 -1/TSP omeg10(j) KR/TSP 0 0
        1 -omeg10(j) -1/TSP 0 KR/TSP 0
        0 KS/TRP 0 -1/TRP omeg10(j)-omeg0(i,j) -PSI(4)
        0 0 KS/TRP -(omeg10(j)-omeg0(i,j)) -1/TRP PSI(3)
        0 -K*PSI(4) K*PSI(3) K*PSI(2) -K*PSI(1) 0];

%PRORACUN VELicina NEOPHODNIH ZA UVAZAVANJE EFEKTA MRTVOG
%VREMENA
delu=(4/pi)*Vio*(TDED*(50*MF));
pom1=delu/(LSP*i0);
pom2=delu/(LSP*i0.^3);
pom3=(delu/(Vio*i0))*(2/Ma(j));

%ODREDJIVANJE MATRICA NEOPHODNIH DA BI SE UVazio
%EFEKAT MRTVOG VREMENA

del1=pom1*[ nula
              0     1     0     -KR    0     0
              0     0     1     0     -KR    0
              nula
              nula
              nula];

```

```

del2=pom2*[ nula
              0      is(1).^2  is(1)*is(2)  -KR*is(1).^2      -KR*is(1)*is(2)      0
              0      is(1)*is(2) is(2).^2  -is(1)*is(2)*KR  -is(2).^2*KR      0
          nula
          nula
          nula];
del3=pom3*[[0 is(1) is(2) 0 0 0]' nula' nula' nula' nula' nula'];

AMOTOR1=AMOTOR+del1+del2+del3;
sopstv=eig(AMOTOR1);
a=real(sopstv);

%
% ODREDJIVANJE SVOJSTVENIH VREDNOSTI SA
% POZITIVNIM REALNIM DELOM

for l=1:6,
if a(l)>0.;
t=t+1;
b(t,1)=a(l);           %Vektor pozitivnih svojstvenih vrednosti
frr(t,1)=fs(j);        %Ucestanost pri kojoj se ima ta svojstvena vrednost
te(t,1)=tee(i,j);      %Moment pri toj ucestanosti
end;
d(i+j,l)=a(l);         %Matrica svih realnih delova sv. vrednosti
end;

else
Vi0=515.;

%
% AMOT07 MATRICA SISTEMA SAMOG MOTORA, NAPAJANOG IZ INVERTORA
% L-C FILTRA SA ZANEMARENIM EFEKTOM MRTVOG VREMENA

A11(j)=-(RF+3*omeg10(j)*L/pi)/LF;
A21(j)=-Ma(j)/(2*LF*CF);
A24(j)=(-3*Ma(j).^2)/(8*CF*LSP);
A26(j)=(-A24(j))*KR;
AMOTO7=
[A11(j) 2/Ma(j) 0      0      0      0      0
 A21(j) 0      0      A24(j) 0      A26(j) 0
 0      0      -1/TSP omeg10(j) KR/TSP 0      0
 0      1      -omeg10(j) -1/TSP 0      KR/TSP 0
 0      0      KS/TRP 0      -1/TRP omeg10(j)-omeg0(i,j) -PSI(4)
 0      0      0      KS/TRP -(omeg10(j)-omeg0(i,j)) -1/TRP PSI(3)
 0      0      -K*PSI(4) K*PSI(3) K*PSI(2) -K*PSI(1) 0];
;

%
% PRORACUN VELICINA NEOPHODNIH ZA UVAZAVANJE
% EFEKTA MRTVOG VREMENA

delu=(4/pi)*Vio*(TDED*(50*81));
pom1=-delu/(LSP*i0);
pom2=delu/(LSP*i0.^3);
pom3=(delu/(Vio*i0))*(2/Ma(j));

```

```

% ODREDJIVANJE MATRICA NEOPHODNIH DA BI SE UVAZIO
% EFEKAT MRTVOG VREMENA

del71=pom1*[nula7
              nula7
              0      0      1      0      -KR    0      0
              0      0      0      1      0      -KR    0
              nula7
              nula7
              nula7];
del72=pom2*[nula7
              nula7
              0      0      is(1).^2  is(1)*is(2)  -KR*is(1).^2      -KR*is(1)*is(2) 0
              0      0      is(1)*is(2) is(2).^2  -is(1)*is(2)*KR      -is(2).^2*KR   0
              nula7
              nula7
              nula7];
del73=pom3*[nula7' [0  0 is(1) is(2) 0 0 0]' nula7' nula7' nula7' nula7'];

AMOTO71=AMOTO7+del71+del72+del73;
sopstv=eig(AMOTO71);
a=real(sopstv);

% ODREDJIVANJE SVOJSTVENIH VREDNOSTI SA
% POZITIVNIM REALNIM DELOM

for l=1:7,
if a(l)>0
t=t+1;
b(t,1)=a(l);           %Vektor pozitivnih svojstvenih vrednosti
frr(t,1)=fs(j);        %Ucestanost pri kojoj se ima ta svojstvena vrednost
te(t,1)=tee(i,j);      %Moment pri toj ucestanosti
end;
d(i+j,l)=a(l);         %Matrica svih realnih delova sv. vrednosti
end;
end;
end;
end;

eig=[frr,te/mn];
% ISCRTAVANJE OBLASTI SA POZITIVNIM REALNIM DELOM SVOJSTVENE %
% VREDNOSTI

plot(frr,te/mn,'+'); xlabel('ucestanost [Hz]'); ylabel('moment opte. [Nm]'); grid

l=0;clear fr;clear te;
fr=eig(:,1);
te=eig(:,2);
N=max(size(fr))
max=te(1);

```

```

for j=1:N-1,
if fr(j+1)==fr(j);
if te(j)>max;
max=te(j);
end
else
l=l+1;
moj(l,1)=fr(j);
moj(l,2)=max;
max=te(j+1);
end
end
moj(l+1,1)=fr(j);
moj(l+1,2)=te(j+1);
figure;plot(moj(:,1),moj(:,2),'+'�hold on
plot(eig(:,1),eig(:,2),'o')�grid;
p=polyfit(moj(:,1),moj(:,2),3);
jo1=fr(1);
jo2=fr(N);
si=(jo1:-0.01:jo2)';
f=polyval(p,si);
f2=[0;f;0];
f1=[jo1;si;jo2];
plot(f1,f2);
obuhvat=[f1 f2];

```

