



UNIVERZITET U BEOGRADU  
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

## Diplomski rad

---

Digitalni regulator struje u "dq" koordinatnom sistemu sa  
poboljšanim karakteristikama suzbijanja naponskih poremećaja  
uz pomoć aktivne otpornosti

---

Kandidat : Joksimović Miodrag  
Mentor : Prof. dr Vukosavić Slobodan

Septembar 26, 2019

# Sadržaj

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Uvod</b>   | <b>2</b>  |
| 1.1      | <i>Brushless DC</i> motor . . . . .                             | 2         |
| <b>2</b> | <b>Strujna regulacija</b>                                       | <b>3</b>  |
| 2.1      | Model objekta upravljanja . . . . .                             | 3         |
| 2.1.1    | Trofazni model . . . . .  | 3         |
| 2.1.2    | Klarkina transformacija . . . . .                               | 4         |
| 2.1.3    | Parkova obrtna transformacija . . . . .                         | 5         |
| 2.1.4    | Prenosna funkcija objekta u $dq$ koordinatnom sistemu . . . . . | 6         |
| 2.2      | Princip unutrašnjeg modela . . . . .                            | 7         |
| 2.3      | Suzbijanje poremećaja . . . . .                                 | 8         |
| <b>3</b> | <b>Strujni regulator u diskretnom domenu</b>                    | <b>10</b> |
| 3.1      | Diskretni model objekta upravljanja . . . . .                   | 10        |
| 3.2      | Sinteza digitalnog strujnog regulatora . . . . .                | 12        |
| 3.3      | Prenosne funkcije zatvorene petlje . . . . .                    | 13        |
| 3.4      | Performanse regulatora . . . . .                                | 14        |
| <b>4</b> | <b>Regulator sa serijskim kompenzatorom</b>                     | <b>15</b> |
| <b>5</b> | <b>Suzbijanje naponskih poremećaja</b>                          | <b>18</b> |
| 5.1      | Modifikovana prenosna funkcija objekta upravljanja . . . . .    | 18        |
| 5.2      | Projektovanje regulatora . . . . .                              | 18        |
| <b>6</b> | <b>Eksperimentalni rezultati</b>                                | <b>21</b> |
| 6.1      | Eksperimentalna postavka . . . . .                              | 21        |
| <b>7</b> | <b>Zaključak</b>  | <b>23</b> |
| <b>8</b> | <b>Reference</b>  | <b>24</b> |
| <b>9</b> | <b>Prilog</b>   | <b>25</b> |

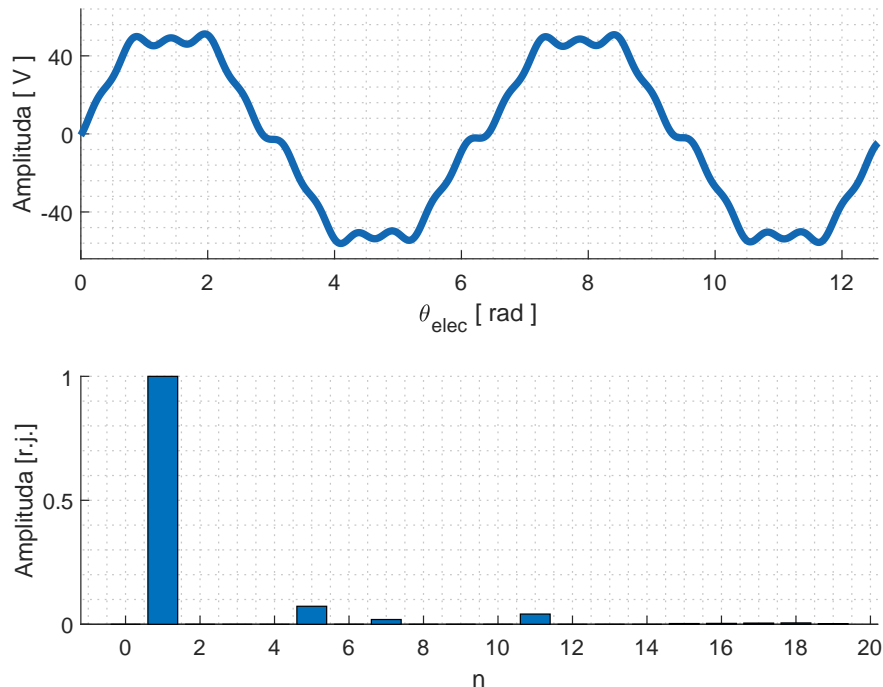
# 1 Uvod

U ovom radu opisan je strujni regulator pravljen za "IFOC" (eng. "Indirect Field Oriented Control") kontrolu "BLDC" (eng. "Brushless DC") motora. Kratko su navedene glavne odlike motora. Potom su objašnjeni ciljevi strujne regulacije, kao i strategije sinteze strujnog regulatora. Pojašnjene su potrebe za aktivnim suzbijanjem naponskih poremećaja (u ovom slučaju viši harmonici elektromotorne sile), i u tu svrhu je primijenjena metoda aktivne otpornosti (eng. "Active resistance feedback"). Na samom kraju, pokazani su eksperimentalni rezultati projektovanog regulatora, tj. odzivi struja u nominalnom radnom režimu.

## 1.1 Brushless DC motor

Konstrukcija *Brushless DC* (BLDC) motora je konstrukciji sinhronne (*Permanent Magnet Synchronous Machine, PMSM*) mašine. Postoje rešenja sa pobudom (najčesće stalni magnet) i na statoru i na rotoru<sup>[3]</sup>. U daljem tekstu pretpostavljaće se da se stalni magneti nalaze na rotoru. Na statoru se nalaze trofazni namotaji, pomjereni za  $2\pi/p$  mehaničkih stepeni, gdje je  $p$  broj pari polova mašine.

Statorski namotaji BLDC motora su, za razliku od namotaja PMSM mašine, skoncentrisani namotaji. Ovo za posledicu ima nesinusoidalni oblik kontra-elektromotorne sile indukovane u namotajima. Na slici (1) prikazana je elektromotorna sila jedne faze i njen harmonijski sastav.



Slika 1: Elektromotorna sila jedne faze pri nominalnoj brzini obrtanja vratila rotora

U elektromotornoj sili, osim prvog, se nalaze i 5., 7. i 11. harmonik kao najdominantniji. Ovi naponski harmonici, iako su relativno male amplitude u odnosu na prvi harmonik, na rednoj faznoj impedansi prave više harmonike struja koji nisu zanemarljivi.

Viši harmonici struja, iako uvećavaju efektivnu vrednost struje, ne učestvuju u razvijanju pogonskog momenta u sprezi sa rotorskim magnetnim poljem. Takođe, oni povećavaju gubitke u gvožđu mašine, kao i gubitke u bakru namotaja; akustična buka je još jedna negativna posledica viših harmonika struje. U narednim poglavljima opisan je način suzbijanja viših harmonika struje koji su posledica nesinusoidalne elektromotorne sile.

## 2 Strujna regulacija

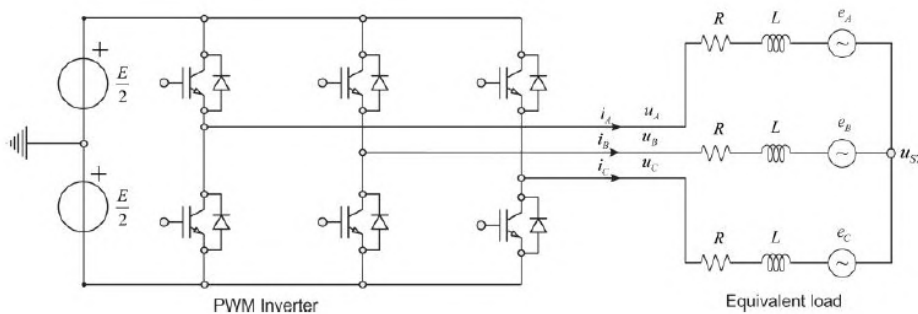
### 2.1 Model objekta upravljanja

Preduslov za projektovanje regulatora jeste poznavanje modela objekta upravljanja. BLDC motori se u elektro-magnetnom smislu razlikuju od sinhronih mašina u tome što ne posjeduju prostornu raspodjelu statorskog namotaja, već je on koncentrisan. Koncentrisanost statorskog namotaja za posledicu ima ne-sinusoidalni oblik elektromotorne sile. Elektromotorna sila se u projektovanju strujnih regulatora ionako posmatra kao sporopromenljiv naponski poremećaj, te ovu razliku BLDC mašina u odnosu na PMSM motore mozemo, za potrebe strujne regulacije, zanemariti.

#### 2.1.1 Trofazni model

Na slici (2) data je zamjenska šema *BLDC* motora. Fazni namotaji su vezani u zvezdu. Pod pretpostavkom da je napon zvezdišta  $u_{zv}$  i da je zbir fazora elektromotornih sila  $e_{zv}(t) = e_1(t) + e_2(t) + e_3(t) = 0$ , tj. da ne postoje nulti harmonici elektromotornih sila, mozemo napisati jednačine naponske ravnoteže statorskih namotaja:

$$\begin{aligned} u_A &= R \cdot i_A + L \frac{di_A}{dt} + e_A + u_{zv} \\ u_B &= R \cdot i_B + L \frac{di_B}{dt} + e_B + u_{zv} \\ u_C &= R \cdot i_C + L \frac{di_C}{dt} + e_C + u_{zv} \end{aligned} \quad (2.1)$$



Slika 2: Model trofaznog *BLDC* motora napajanog iz *PWM* naponskog akuatora - Invertora

Čak i u slučaju da zbir vektora elektromotornih sila nije jednak nuli, tj. da postoje nulti harmonici elektromotorne sile, moguće je uvesti novi član  $e_{zv} = (e_A + e_B + e_C)/3$ , i elektromotorne sile predstaviti preko njihove srednje vrijednosti  $e_{zv}$  i promenljivih  $e_{A1}$ ,  $e_{A2}$  i  $e_{A3}$ , tako da važi  $e_{A1} + e_{A2} + e_{A3} = 0$ . Zaključujemo da, i u slučajevima kada postoje

multi harmonici elektromotorne sile, oni ne utiču na fazne struje, već samo mijenjaju napon zvezdišta  $u_{zv}$ . Uvođenjem  $u_{zv1} = u_{zv} - e_{zv}$  u (2.1), jednačine naponske ravnoteže postaju :

$$\begin{aligned} e_{st} &= (e_A + e_B + e_C)/3, \\ e_{A1} &= e_A - e_{st}, \quad e_{B1} = e_B - e_{st}, \quad e_{C1} = e_C - e_{st} \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} u_A - u_{zv1} &= R \cdot i_A + L \frac{di_A}{dt} + e_{A1} \\ u_B - u_{zv1} &= R \cdot i_B + L \frac{di_B}{dt} + e_{B1} \\ u_C - u_{zv1} &= R \cdot i_C + L \frac{di_C}{dt} + e_{C1} \end{aligned}$$

Jednačine (2.2) predstavljaju model opterećenja kod kog su primijenjeni fazni naponi  $u_A - u_{zv1}$ ,  $u_B - u_{zv1}$  i  $u_C - u_{zv1}$ , a vektorski zbir faznih struja i elektromotornih sila jednaki nuli.

### 2.1.2 Klarkina transformacija

Radi pojednostavlivanja analize, primenićemo klarkinu transformaciju na trofazni model, i dobiti dvofazni ekvivalentni model u stacionarnom  $\alpha - \beta$  koordinatnom sistemu. Kako bi amplituda strujnog vektora  $\mathbf{i}_{ABC}$  ostala nepromijenjena, vodeći koeficijent  $K_{ABC-\alpha\beta}$  ima vrijednost  $2/3$ .

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = K_{ABC-\alpha\beta} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & +\sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$i_C = -i_A - i_B \quad (2.4)$$

Primjenom klarkine transformacije na napone  $u_A$ ,  $u_B$ ,  $u_C$  i elektromotorne sile  $e_A$ ,  $e_B$ ,  $e_C$  dobijamo njihove ekvivalente u  $\alpha\beta$  sistemu,  $u_\alpha$ ,  $u_\beta$  i  $e_\alpha$ ,  $e_\beta$ . Primijetimo takodje da, srednje vrijednosti napona  $u_{zv}$  i elektromotornih sila  $e_{zv}$ , uticu samo na napon zvezdista, ali ne i na fazne struje. Sada su jednačine naponskih ravnoteža, u  $\alpha\beta$  sistemu:

$$\begin{aligned} u_\alpha &= R \cdot i_\alpha + L \frac{di_\alpha}{dt} + e_\alpha \\ u_\beta &= R \cdot i_\beta + L \frac{di_\beta}{dt} + e_\beta \end{aligned} \quad (2.5)$$

Ako sada uvedemo kompleksnu notaciju, i ortove  $\hat{\alpha}$  i  $\hat{\beta}$  zamenimo sa  $\mathbf{1}$  i  $\mathbf{j}$  i saberemo dve jednačine iz (2.5) dolazimo do jednačine naponske ravnoteže u kompleksnom zapisu.

$$(u_\alpha + \mathbf{j} \cdot u_\beta) = R \cdot (i_\alpha + \mathbf{j} \cdot i_\beta) + L \frac{d(i_\alpha + \mathbf{j} \cdot i_\beta)}{dt} + (e_\alpha + \mathbf{j} \cdot i_\beta) \quad (2.6)$$

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta} = R \cdot \mathbf{i}_{\alpha\beta} + L \frac{d\mathbf{i}_{\alpha\beta}}{dt} + \mathbf{e}_{\alpha\beta} \quad (2.7)$$

Bitno je napomenuti da realni i kompleksni djelovi vektora  $\mathbf{u}_{\alpha\beta}$ ,  $\mathbf{i}_{\alpha\beta}$  i  $\mathbf{e}_{\alpha\beta}$  koincidiraju sa pravcima definisanim ortovima  $\hat{\alpha}$  i  $\hat{\beta}$  respektivno, u  $\alpha\beta$  ravni. Dakle, vektori gore navedenih veličina su ostali poptuno isti, samo je promijenjen formalizam njihovog zapisa. Vektori iz (2.5) postoje u  $\alpha\beta$  koordinatnom sistemu, a vektori iz (2.7) leže u kompleksnoj ravni, tj. koordinatnom sistemu čiji su jedinični vektori redom  $\mathbf{1}$  i  $\mathbf{j}$ .

### 2.1.3 Parkova obrtna transformacija

U ustaljenom stanju, struje  $i_{ABC}$  su prostoperiodične velicine, sa ugaonom ucestanosću koja je definisana brzinom obrtanja magnetskog polja rotora. Ove struje, koje imaju, jedna u odnosu na drugu, fazni pomjeraj od  $2\pi/3$  i koje teku kroz namotaje sa prostornim pomjerajem od  $2\pi/3$ , u samoj mašini (zazoru mašine) prave svoje obrtno magnetno polje (magnetno polje statora). Ako su amplitude faznih struja, u ustaljenom stanju, nepromenljive, i sama amplituda magnetnog polja statora je nepromenljiva.

Magnetno polje statora, u sprezi sa magnetnim poljem rotora pravi pokretačku silu(moment) koja pogoni rotor. Ovaj moment je konstantan ukoliko je ugaoni raskorak između ova dva vektora magnetnih polja konstantan i ukoliko su im amplitude vremenski nepromenljive.

Ukoliko bi regulator radio u stacionarnom abc ili  $\alpha\beta$  koordinatnom sistemu, strujne reference koje bi pravile statorsko obrtno magnetno polje konstantne amplitude, bi morale biti prostoperiodične velicine. U slučaju regulatora koji radi u obrtnom  $dq$  sistemu, strujne reference postaju konstante  $DC$  veličine.

$Dq$  ravan je koordinatni sistem koji je u realnom prostoru planarno vezan za aksijalni presjek rotora, tako da je  $d$  osa u smjeru pozitivnog fluksa rotora, a  $q$  osa joj prednjači za  $90^\circ$  u matematički pozitivnom smjeru. U ustaljenom stanju rotorski fluks rotira ugaonom brzinom  $\omega_e$ . Kako bi u svakom trenutku  $d$  i  $q$  ose ostale u istom relativnom položaju u odnosu na osu rotorskog fluksa, i ovaj koordinatni sistem mora rotirati istom brzinom.

Projekcijom vektora struje(napona)  $\mathbf{i}_{\alpha\beta}$  na  $d$  i  $q$  osu dobijamo  $i_d$  i  $i_q$  komponente tog vektora. Ako ovaj vektor  $\mathbf{i}_{\alpha\beta}$ , u stacionarnom sistemu rotira istom ugaonom brzinom kao i  $dq$  koordinatni sistem, onda su njegove komponente  $i_d$  i  $i_q$  konstantne. Jednačinom (2.7) je opisana ova transformacija, u kojoj  $\theta_e$  predstavlja ugaoni pomjeraj između referentne, stacionarne,  $\alpha$  ose, i  $d$  ose obrtnog  $dq$  koordinatnog sistema.

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \mathbf{Rot}(-\theta_e) \cdot \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \sin(\theta_e) \\ -\sin(\theta_e) & \cos(\theta_e) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Radi preglednosti, usvojicemo kompleksnu notaciju, i ortove  $\hat{d}$  i  $\hat{q}$  zamijeniti sa  $\mathbf{1}$  i  $\mathbf{j}$  respektivno. Matrica  $\mathbf{Rot}$  je poznata i kao rotaciona matrica. Ekvivalent množenja ovom rotacionom matricom u kompleksnoj ravni je množenje sa  $e^{-j\theta_e}$ . Koristeci se ovom notacijom mozemo transformisati  $\alpha\beta$  veličine u  $dq$  sistem na sledeći način:

$$\mathbf{i}_{dq} = i_d + \mathbf{j} \cdot i_q = e^{-j\theta_e} \cdot \mathbf{i}_{\alpha\beta} = (\cos\theta_e + \mathbf{j}\sin\theta_e) \cdot (i_\alpha + \mathbf{j} \cdot i_\beta) \quad (2.8)$$

Slijedi da je inverzna transformacija, tj transformacija iz  $dq$  u  $\alpha\beta$  sistem

$$\begin{aligned}
\mathbf{i}_{\alpha\beta} &= e^{+j\theta_e} \cdot \mathbf{i}_{dq} \\
\mathbf{u}_{\alpha\beta} &= e^{+j\theta_e} \cdot \mathbf{u}_{dq} \\
\mathbf{e}_{\alpha\beta} &= e^{+j\theta_e} \cdot \mathbf{e}_{dq}
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Uvrštavanjem (2.9) u (2.6) dobijamo

$$\mathbf{u}^{dq} \cdot e^{+j\theta_e} = R \cdot (\mathbf{i}^{dq} \cdot e^{+j\theta_e}) + L \frac{d(\mathbf{i}^{dq} \cdot e^{+j\theta_e})}{dt} + \mathbf{e}^{dq} \cdot e^{+j\theta_e} \tag{2.10}$$

Dijeljenjem obje strane jednakosti sa  $e^{+j\theta_e}$  i primjenjivanjem pravila za izvod proizvoda dobijamo

$$\mathbf{u}^{dq} = R\mathbf{i}^{dq} + L \frac{d\mathbf{i}^{dq}}{dt} + \mathbf{j}\omega_e L \cdot \mathbf{i}^{dq} + \mathbf{e}^{dq} \tag{2.11}$$

#### 2.1.4 Prenosna funkcija objekta u $dq$ koordinatnom sistemu

Jednačina (2.11) predstavlja model objekta upravljanja u  $dq$  koordinatnom sistemu, opisan diferencijalnom jednačinom prvog reda. Napone  $u_d$  i  $u_q$  zadajemo uz pomoc naponskih aktuatora, a struje koje se stvore u mašini budu posledica zadanih napona i elektromotorne sile.

Kako bismo mogli da se upustimo u sintezu regulatora struje  $\mathbf{i}^{dq}$ , moramo prvo znati prenosnu funkciju objekta upravljanja. *Laplace*-ovom transformacijom vremenske diferencijalne jednačine (2.11) dobijamo

$$\mathbf{u}^{dq}(s) = \mathbf{i}^{dq}(s) \cdot (R + s \cdot L + \mathbf{j}\omega_e L) + \mathbf{e}^{dq}(s) \tag{2.12}$$

$$\mathbf{i}^{dq}(s) = \frac{\mathbf{u}^{dq}(s) - \mathbf{e}^{dq}(s)}{R + s \cdot L + \mathbf{j}\omega_e L} = W_L(s) \cdot (\mathbf{u}^{dq}(s) - \mathbf{e}^{dq}(s)) \tag{2.13}$$

$$W_L(s) = \frac{1}{R + s \cdot L + \mathbf{j}\omega_e L} \tag{2.14}$$

Prenosna funkcija  $W_L$  predstavlja prenosnu funkciju objekta upravljanja, u  $dq$  koordinatnom sistemu.

Ovdje bi bilo dobro napraviti osvrt na smisao kompleksne notacije. Naime, kompleksnu notaciju smo uveli tako sto smo ortove  $\hat{d}$  i  $\hat{q}$  zamijenili sa 1 i  $\mathbf{j}$ . Time smo izbjegli da formule (2.8) do (2.14) zapisujemo u matricnom obliku. Međutim, suština matricnog zapisa je ostala ista. Ranije su sve veličine koje su bile množene ortom  $\hat{d}$  ili  $\hat{q}$  uticale na struju  $d$  ili  $q$  respektivno, a nakon uvođenja kompleksnog zapisa, sve realne veličine utiču na struju  $i_d$ , a sve imaginarne veličine utiču na struju  $i_q$ . Da bi ovo bilo potpuno jasno,

jednačinu (2.14) ćemo jos jednom napisati u matičnom obliku, i više se na ovo neće praviti osvrt.

$$\begin{aligned}
\mathbf{i}^{dq}(s) &= W_L(s) \cdot \mathbf{u}^{dq}(s), & (2.15) \\
W_{LR} &= \text{real}\{W_L\}, \quad W_{LI} = \text{imag}\{W_L\}, \\
\mathbf{i}^{dq} &= (W_{LR} + \mathbf{j} \cdot W_{LI}) \cdot \mathbf{u}^{dq}, \\
(i_d + \mathbf{j} \cdot i_q) &= (W_{LR} + \mathbf{j} \cdot W_{LI}) \cdot (u_d + \mathbf{j} \cdot u_q), \\
(i_d + \mathbf{j} \cdot i_q) &= W_{LR} \cdot u_d - W_{LI} \cdot u_q + \mathbf{j} \cdot (W_{LI} \cdot u_d + W_{LR} \cdot u_q), \\
i_d &= W_{LR} \cdot u_d - W_{LI} \cdot u_q, \\
i_q &= W_{LI} \cdot u_d + W_{LR} \cdot u_q,
\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{LR}(s) & -W_{LI}(s) \\ W_{LI}(s) & W_{LR}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Iz matičnog zapisa prenosne funkcije motora (2.16) se jasno da uočiti da na struju  $i_d$  utiče primijenjeni napon  $u_d$ , ali i primijenjeni napon  $u_q$ ! To znači da bi, ako bismo se odlučili za jednostavan PI regulator struje, promjena reference  $i_d^*$  dovela do neželjenog efekta promjene  $i_q$  struje, što je nedopustivo. Mora se naći način da se upravljanje strujom  $i_d$  vrši nezavisno od promjena u  $q$  osi i obratno.

## 2.2 Princip unutrašnjeg modela

Cilj projektovanja bilo kog regulatora je da se ostvari bezgrešno, instantno praćenje signala reference. To znaci da bi prenosna funkcija zatvorene povratne sprege morala biti  $W_{CL} \equiv 1$ ! To je prosto neostvarivo iz mnogo razloga( kašnjenja u podsistemu za akviziciju, procesorska kašnjenja, kvantifikovano vrijeme...). Međutim, ostvariv cilj je da  $W_{CL}$  bude integrator sa proizvoljnom vremenskom konstantom  $\alpha$ .

$$W_{CL} = \frac{\mathbf{i}^{dq}}{\tilde{\mathbf{i}}^{dq}} \Big|_{e^{dq}=0} = \frac{W_{OL}}{1 + W_{OL}} = \frac{\alpha}{s + \alpha} \quad (2.17)$$

Slijedi da, za zadovoljavanje ovog cilja, prenosna funkcija otvorene povratne sprege mora biti:

$$W_{OL} = \frac{\alpha}{s} \quad (2.18)$$

Prenosna funkcija otvorene povratne sprege jednaka je proizvodu prenosne funkcije regulatora i prenosne funkcije objekta upravljanja:

$$W_{OL} = W_{REGX} \cdot W_L \quad (2.19)$$

Kombinujući (2.19) i (2.14) dobijamo potrebnu prenosnu funkciju regulatora

$$W_{REGX} = \frac{\alpha}{s} \cdot W_L^{-1} = \frac{\alpha R}{s} + \alpha L + \mathbf{j} \frac{\alpha L \omega_e}{s}. \quad (2.20)$$



U prenosnoj funkciji regulatora postoji imaginarni dio, što znači da strujna referenca  $\tilde{i}_d$  utiče na referencu napona  $\tilde{u}_q$  koja se prosleđuje naponskom aktuatoru. Ovime naslucujemo da i dalje postoji spregra između dve ose, makar u regulatoru. Međutim, prenosna funkcija zatvorene povratne sprege je (2.17), i ona je čisto realna, što nam govori da reference struje  $\tilde{i}_d$  ili  $\tilde{i}_q$  utiču samo na izlazne struje  $i_d$  ili  $i_q$  respektivno. Na ovaj način, uspješno je ostvareno raspredanje osa strujnog regulatora, i postignut je idealan oblik prenosne funkcije zatvorene sprege, tj. prenosne funkcije od reference struja  $\tilde{i}^{dq}$  do samih struja  $i^{dq}$ .

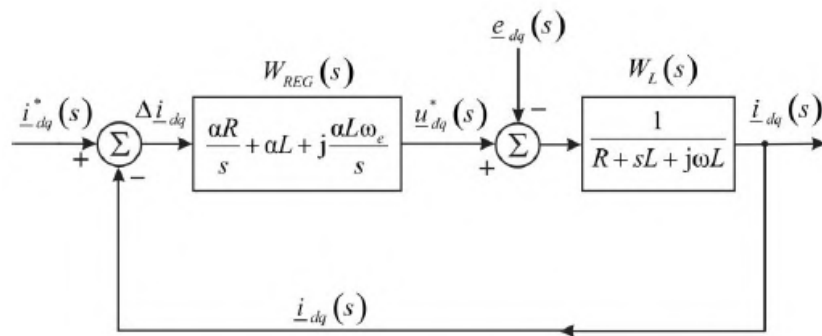
### 2.3 Suzbijanje poremećaja

Struje koje postoje u motoru su posledica primenjenih napona i kontra-elektromotorne sile koja se indukuje u faznim namotajima. Za regulator struje u dq koordinatnom sistemu, naponi i elektromotorna sila u ustaljenom stanju imaju konstantnu vrijednost jedino ako su te veličine u stacionarnom abc sistemu prostoperiodične i imaju ugaonu brzinu kojom rotira dq sistem. Ukoliko se u kontra-elektromotornoj sili mogu naći viši harmonici reda  $n$ , oni se u dq koordinatni sistem preslikavaju kao viši harmonici reda  $n - 1$ . Dakle, elektromotorna sila u tom slučaju nije "DC" velicina u dq sistemu.

Regulatori struje u dq koordinatnom sistemu se prave kao regulatori čiji je zadatak da prate konstantne, "step" reference, u prisustvu konstantnih, step poremećaja. Kao takvi, oni ne ispoljavaju mogućnosti praćenja prostoperiodičnih(u dq sistemu) referenci, kao ni mogućnost **potpunog** otklanjanja prostoperiodičnih(u dq sistemu) poremećaja.

Na slici (3) dat je prikaz sistema regulatora i objekta upravljanja u zatvorenoj povratnoj sprezi. Da bi se regulatorska sposobnost suzbijanja poremećaja mogla analizirati, potrebno ju je kvantifikovati. Jedna mogućnost ove kvantifikacije leži u analizi prenosne funkcije:

$$Y_{dq}(s) = \left. \frac{i^{dq}(s)}{e^{dq}(s)} \right|_{i^{dq}(s)=0} = \frac{-W_L(s)}{1 + W_L(s)W_{REG}(s)}. \quad (2.21)$$



Slika 3: Model sistema u zatvorenoj povratnoj sprezi

Zamjenom (2.14) i (2.20) u (2.21) dobijamo

$$Y_{dq}(s) = \frac{-s}{(s + \alpha) \cdot (R + sL + j\omega_e L)}$$

Dakle, prenosna funkcija  $Y_{dq}$  karakteriše odziv struje u prisustvu elektromotorne sile. Na osnovu [2], znamo da prenosna funkcija  $W_{\alpha\beta}(s)$  u stacionarnom sistemu odgovara prenosnoj

funkciji  $W_{dq}(s + \mathbf{j}\omega)$  u  $dq$  koordinatnom sistemu, gdje je  $\omega$  ugaona brzina  $dq$  sistema. Sada, prenosna funkcija(admitansa) u stacionarnom sistemu,  $Y_{\alpha\beta}$ , postaje

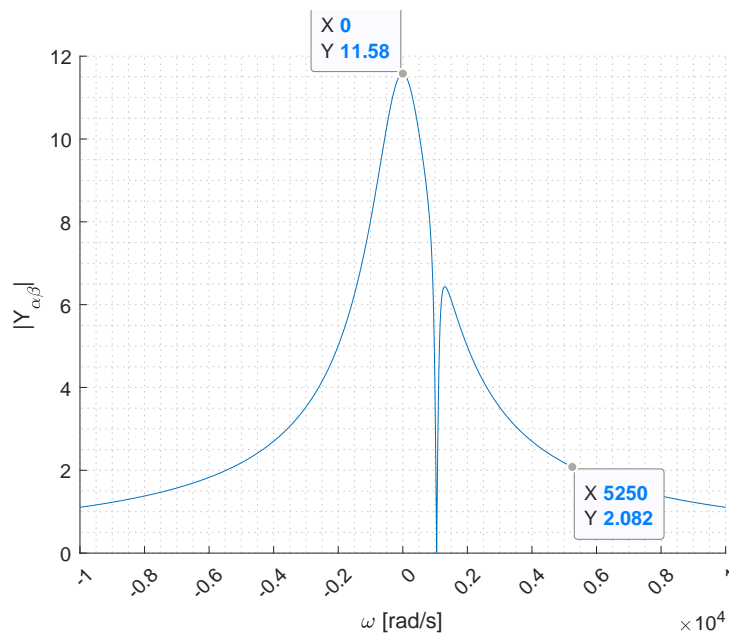
$$Y_{\alpha\beta}(s) = Y_{dq}(s - \mathbf{j}\omega_e) = \frac{-s + \mathbf{j}\omega_e}{(s - \mathbf{j}\omega_e + \alpha) \cdot (R + sL)}$$

Amplitudska karakteristika ove prenosne funkcije je data na slici (4) i prikazuje koliku amplitudu struje proizvodi naponski signal(viši harmonik elektromotorne sile) ugaone učestanosti  $\omega$  i jedinične amplitude, dok regulator radi u dq sistemu koji rotira ugaonom brzinom  $\omega_e$ . Pri crtanju ove amplitudske karakteristike uzeti su stvarni parametri motora,  $R=0.086 \Omega$ ,  $L = 90 \mu H$ , i  $\omega_e = \omega_{e,nom} = 1050 \text{ rad/s}$

U uvodnoj sekciji je dat prikaz elektromotorne sile pri nominalnoj brzini motora, kao i njen harmonijski sastav. Sa slike (1) se vidi da elektromotorna sila, kao dominantne harmonike, posjeduje prvi, peti, sedmi i jedanaesti harmonik. Ovi harmonici, pri nominalnoj brzini imaju ugaone učestanosti od, redom,  $1050\text{rad/s}$ ,  $5250\text{rad/s}$ ,  $7350\text{rad/s}$  i  $11500\text{rad/s}$ . Sa slike (4) vidimo da se prvi harmonik elektromotorne sile potpuno kompenzuje, tj. da u ustaljenom stanju ne utiče na vrijednost struja u namotajima. Čitanjem karakterističnih vrijednosti sa amplitudske karakteristike (4), možemo zaključiti da će amplitude viših harmonika struje, koje su prouzrokovane višim harmonicima elektromotorne sile, pri nominalnoj brzini, biti:

- $I_5 = e_5 \cdot |Y_{\alpha\beta}(\omega_5)| = e_5 \cdot |Y_{\alpha\beta}(\mathbf{j} \cdot 5250\text{rad/s})| = 0.1 \cdot 48/\sqrt{3} \cdot 2.082 = 5.769A$
- $I_7 = e_7 \cdot |Y_{\alpha\beta}(\omega_7)| = e_7 \cdot |Y_{\alpha\beta}(\mathbf{j} \cdot 7350\text{rad/s})| = 0.02 \cdot 48/\sqrt{3} \cdot 1.499 = 0.8314A$
- $I_{11} = e_{11} \cdot |Y_{\alpha\beta}(\omega_{11})| = e_{11} \cdot |Y_{\alpha\beta}(\mathbf{j} \cdot 11500\text{rad/s})| = 0.05 \cdot 48/\sqrt{3} \cdot 0.991 = 1.372A$

Ovolike amplitude viših strujnih harmonika su vrlo nepoželjne, te je potrebno nadograditi regulator da bi se ove amplitude, ako ne potpuno poništile, makar umanjile.



Slika 4: Amplitudska karakteristika prenosne funkcije  $Y_{\alpha\beta}$

### 3 Strujni regulator u diskretnom domenu

Teorija kontrole nam nudi dvije viabilne opcije za sintezu regulatora. Prvi način je sledeći:

- Napraviti model objekta upravljanja u kontinualnom(Laplace-ovom) domenu.
- Za takav model projektovati regulator u Laplace-ovom domenu.
- Podesiti parametre regulatora u kontinualnom domenu za željenu dinamiku odziva.
- Tako podešen regulator diskretizovati, tj. na kraju preći u diskretni(**z**) domen.

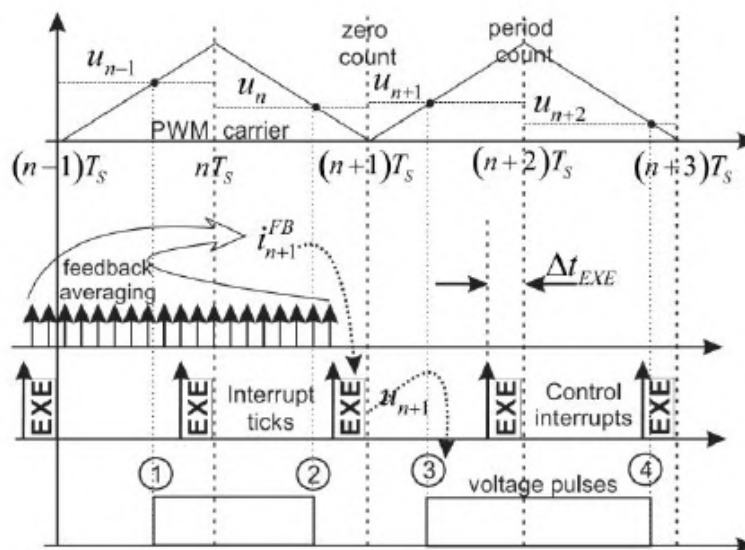
Pitanje je kako preći u diskretni domen. Z-Transformacija data izrazom  $z = e^{sT}$  je nelinearna, i nije je moguće implementirati na savremenom DSP-u. Iz ovog razloga smišljene su mnoge transformacije za prelazak u **z** domen, ali svaka ima svoje prednosti i mane. "Zero-order-hold", "matched-pole", biliearna, Tustin-ova, samo su neke od mogućih metoda za prelazak iz kontinualnog domena u diskretni.

Druga varijanta je projektovanje regulatora u diskretnom domenu. Njene etape su sledeće:

- Diskretizovati objekat upravljanja.
- Za takav model projektovati regulator.
- Podesiti parametre regulatora za željenu dinamiku odziva.

U ovom dokumentu opisan je postupak sinteze regulatora u z domenu na osnovu već diskretizovanog modela objekta upravljanja.

#### 3.1 Diskretni model objekta upravljanja



Slika 5: Vremenski raspored kontrolnih algoritama i zadatih napona PWM tehnikom

Diferencijalna jednačina koja opisuje promjenu struje u sistemu sa slike (5) je

$$R\mathbf{i}^{\alpha\beta}(t) + L\frac{d\mathbf{i}^{\alpha\beta}(t)}{dt} = \mathbf{u}^{\alpha\beta}(t) - \mathbf{e}^{\alpha\beta}(t) \quad (3.1)$$

gdje su  $R$  i  $L$  otpornost i induktivnost statorskog namotaja,  $\mathbf{u}^{\alpha\beta}(t)$  primijenjeni napon i  $\mathbf{e}^{\alpha\beta}(t)$  srednja vrijednost elektromotorne sile u datom intervalu. Rešenje ove diferencijalne jednačine u intervalu  $[nT_s .. (n+1)T_s]$  dato je u [1] i ima oblik:

$$\mathbf{i}_{n+1}^{\alpha\beta} = \mathbf{i}_n^{\alpha\beta} \cdot e^{-\beta} + \frac{1 - e^{-\beta}}{R}(\mathbf{u}_n^{\alpha\beta} - \mathbf{e}_n^{\alpha\beta}), \quad (3.2)$$

gdje je  $\beta = RT_s/L$ .

Jednačina (3.2) predstavlja diskretni model objekta upravljanja u stacionarnom  $\alpha\beta$  sistemu. Da bismo došli do modela objekta upravljanja u obrtnom  $dq$  sistemu, moramo jednačinu (3.2) transformisati iz  $\alpha\beta$  u  $dq$  sistem. Kao što je rečeno u poglavlju (2.1.3), relacija koja povezuje vektore promenljivih iz  $\alpha\beta$  sistema sa vektorima u  $dq$  sistemu je

$$\mathbf{i}_{n+1}^{\alpha\beta} = \mathbf{i}_{n+1}^{dq} \cdot e^{j\theta_{n+1}}, \mathbf{i}_n^{\alpha\beta} = \mathbf{i}_n^{dq} \cdot e^{j\theta_n}, \mathbf{u}_n^{\alpha\beta} = \mathbf{u}_n^{dq} \cdot e^{j\theta_n}, \quad (3.3)$$

Uvodeći jednačinu (3.3) u (3.2) i uzimajući u obzir da se vrijednost  $(1 - e^{-\beta})/R$  razvojem u Tejlorov red može aproksimirati kao  $T_s/L$ , dobijamo

$$\mathbf{i}_{n+1}^{dq} \cdot e^{j\theta_{n+1}} = \mathbf{i}_n^{dq} \cdot e^{-\beta} \cdot e^{j\theta_n} + \frac{T_s}{L}(\mathbf{u}_n^{dq} \cdot e^{j\theta_n} - \mathbf{e}_n^{\alpha\beta}) \quad (3.4)$$

Ostalo je još da se elektromotorna sila transformise u  $dq$  koordinatni sistem. Kako je elektromotorna sila sporopromenljiva sa stanovišta regulacije (frekvencija regulacionog "interrupt"-a je 10-40kHz),  $\mathbf{e}^{\alpha\beta}$  predstavlja srednju vrijednost elektromotorne sile u intervalu  $[nT_s .. (n+1)T_s]$ . Pretpostavljajući da je i ugaona brzina rotorskog fluksa konstantna za jedan period regulacije, srednja vrijednost elektromotorne sile je<sup>[1]</sup>

$$\mathbf{e}_n^{dq} = \frac{1}{T_s} \int_{nT_s}^{(n+1)T_s} \mathbf{e}^{dq}(t) dt \approx \mathbf{e}^{\alpha\beta} \cdot e^{-j\frac{\theta_{n+1} + \theta_n}{2}} \quad (3.5)$$

Koristeći se jednačinom (3.5) možemo zamijeniti  $\mathbf{e}^{\alpha\beta}$  u (3.4) i dobiti

$$\mathbf{i}_{n+1}^{dq} \cdot e^{j\theta_{n+1}} = \mathbf{i}_n^{dq} \cdot e^{-\beta} \cdot e^{j\theta_n} + \frac{T_s}{L} \left( \mathbf{u}_n^{dq} \cdot e^{j\theta_n} - \mathbf{e}^{dq} \cdot e^{j\frac{\theta_{n+1} + \theta_n}{2}} \right) \quad (3.6)$$

Ako usvojimo da je u jednačini (3.6)  $\theta_{n+1} = \theta_n + \Delta\theta$ , i ako istu jednačinu podelimo sa  $e^{j\theta_n}$  dobijamo

$$\mathbf{i}_{n+1}^{dq} \cdot e^{j\Delta\theta} = \mathbf{i}_n^{dq} \cdot e^{-\beta} + \frac{T_s}{L} \left( \mathbf{u}_n^{dq} - e^{dq} e^{j\frac{\Delta\theta}{2}} \right) \quad (3.7)$$

Znajući da je brzina obrtnog magnetnog polja, a samim tim i  $dq$  koordinatnog sistema konstantna za jedan period regulacije, jasno je da je  $\Delta\theta = \omega_e T_s$ . Konačno, uzimajući ovo u obzir primenjujemo z-transformaciju date diferencne jednačine i dobijamo model objekta upravljanja u diskretnom z domenu

$$\mathbf{z} \cdot \mathbf{i}^{dq} \cdot e^{j\omega_e T_s} = \mathbf{i}^{dq} \cdot e^{-\beta} + \frac{T_s}{L} \left( \mathbf{u}^{dq} - e^{dq} e^{j\omega_e T_s/2} \right), \quad (3.8)$$

gdje je  $\mathbf{z}$  diskretni operator. Prenosnu funkciju (ulaz-izlaz) od primijenjenog napona do dobijene struje dobijamo u slučaju kada je poremećaj sistema (u ovom slučaju elektromotorna sila) jednaka nuli

$$W_L = \frac{\mathbf{i}^{dq}}{\mathbf{u}^{dq}} \Big|_{e^{dq}=0} = \frac{T_s}{L} \frac{1}{\mathbf{z} \cdot e^{j\omega_e T_s} - e^{-\beta}} \quad (3.9)$$

Jednačina (3.9) predstavlja prenosnu funkciju objekta upravljanja u diskretnom domenu i  $dq$  koordinatnom sistemu. Ova prenosna funkcija objekta se može koristiti za potrebe sinteze strujnog regulatora, a na principima unutrašnjeg modela, kao što je objašnjeno u poglavlju (2.2).

## 3.2 Sinteza digitalnog strujnog regulatora

Princip unutrašnjeg modela nam govori da se potrebna prenosna funkcija regulatora dobija inverzijom dinamike objekta upravljanja. To znači da je prenosnu funkciju objekta upravljanja potrebno invertovati i pomnožiti prenosnom funkcijom integratora sa promenljivim pojačanjem  $\alpha$ .

$$W_{REGX} = W_L(\mathbf{z})^{-1} \cdot \frac{\alpha \cdot \mathbf{z}}{\mathbf{z} - 1} \quad (3.10)$$

Zamjenom  $W_L(\mathbf{z})$  iz (3.9) u (3.10) dobijamo

$$W_{REGX} = \frac{\alpha L \mathbf{z} \cdot (\mathbf{z} \cdot e^{j\omega_e T_s} - e^{-\beta})}{T_s (\mathbf{z} - 1)} \quad (3.11)$$

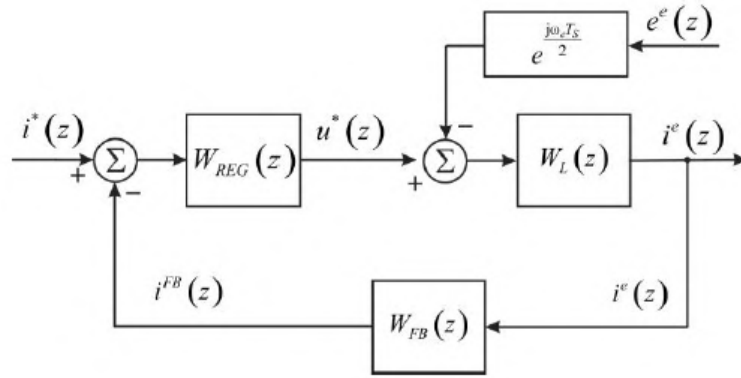
Uviđamo da prenosna funkcija regulatora ima jedan pol i dve nule. Transformacijom ove algebarske jednačine sa  $\mathbf{z}$  operatorom u diferencnu, uvidjeli bismo da nam je za proračunavanje upravljačke promenljive napona  $\mathbf{u}_n^{dq}$  u trenutku  $nT_s$  potrebno predvidjeti struju  $\mathbf{i}_{(n+1)}^{dq}$  iz trenutka  $(n+1)T_s$ . Kako su realni sistemi, samim tim i regulatori, kauzalni, ovo prosto nije moguće. Zato se mora izvršiti modifikacija prenosne funkcije (3.11) tako što ce se cijela prenosna funkcija podijeliti sa  $\mathbf{z}^k$ , gdje je  $k$  razlika stepena polinoma u

brojiocu i imeniocu. Za ovaj konkretan slučaj  $k = 2 - 1 = 1$ . Nakon modifikacije prenosna funkcija regulatora dobija oblik:

$$W_{REG} = \frac{\alpha L \mathbf{z} \cdot e^{j\omega_e T_s} - e^{-\beta}}{T_s \mathbf{z} - 1} \quad (3.12)$$

Strujni regulator prenosne funkcije (3.11) je prikazan dijagramom na slici (6). Prenosna funkcija objekta upravljanja je data izrazom (3.9), a prenosna funkcija akvizicije signala je objašnjena u [1] u poglavlju "Oversampling and averaging", i data je izrazom:

$$W_{FB} = \frac{\mathbf{z} + 1}{2\mathbf{z}} \quad (3.13)$$



Slika 6: Blok dijagram strujnog regulatora u dq koordinatnom sistemu

### 3.3 Prenosne funkcije zatvorene petlje

U cilju određivanja performansi datog regulatora potrebno je izvesti prenosne funkcije sistema sa zatvorenim povratnom petljom. Kako je prenosna funkcija regulatora dobijena inverzijom dinamike modela objekta upravljanja, prenosna funkcija otvorene petlje je  $W_{open\_loop} \equiv W_{OL}$  :

$$W_{OL} = W_{REG} \cdot W_L = \frac{\alpha}{\mathbf{z} - 1} \cdot W_L^{-1} \cdot W_L = \frac{\alpha}{\mathbf{z} - 1} \quad (3.14)$$

Sa slike (6) vidimo da je prenosna funkcija zatvorene povratne sprege data izrazom

$$W_{CL} = \frac{\mathbf{i}^{dq}}{\mathbf{i}^{dq}} \Big|_{e^{dq}=0} = \frac{W_{OL}}{1 + W_{OL} \cdot W_{FB}} \quad (3.15)$$

Uvodeći (3.9) i (3.10) u (3.11) dobijamo

$$W_{CL} = \frac{2\alpha\mathbf{z}}{2\mathbf{z}^2 - 2\mathbf{z} + \alpha\mathbf{z} + \alpha} = \frac{2\alpha\mathbf{z}}{f_{cp.cl}} \quad (3.16)$$

gdje je  $f_{cp-cl}$  karakteristični polinom prenosne funkcije zatvorene povratne sprege.

Na sličan način možemo naći prenosnu funkciju zatvorene povratne sprege poremećaja, tj. elektromotorne sile, koja karakteriše dinamiku promjene struje u slučaju kada ima poremećaja. Ova prenosna funkcija, koja ima odličje kompleksne admitanse, je:

$$Y_e = \frac{\mathbf{i}^{dq}}{-e^{dq}} \Big|_{\mathbf{i}^{\tilde{d}q}=0} = \frac{1}{1 + W_{OL} \cdot W_{FB}} \cdot \frac{e^{\frac{j}{2}\omega_e T_s} \cdot W_L}{1} \quad (3.17)$$

Zamjenom  $W_L$ ,  $W_{OL}$  i  $W_{FB}$  iz (3.6), (3.10) i (3.13) u (3.17) dobijamo

$$Y_e = \frac{T_s}{L} \cdot \frac{e^{\frac{j}{2}\omega_e T_s}}{\mathbf{z} \cdot e^{j\omega_e T_s} - e^{-\beta}} \cdot \frac{2\mathbf{z}(\mathbf{z} - 1)}{f_{cp.e}} \quad (3.18)$$

gdje je

$$f_{cp.e} = 2\mathbf{z}^2 - 2\mathbf{z} + \alpha\mathbf{z} + \alpha \quad (3.19)$$

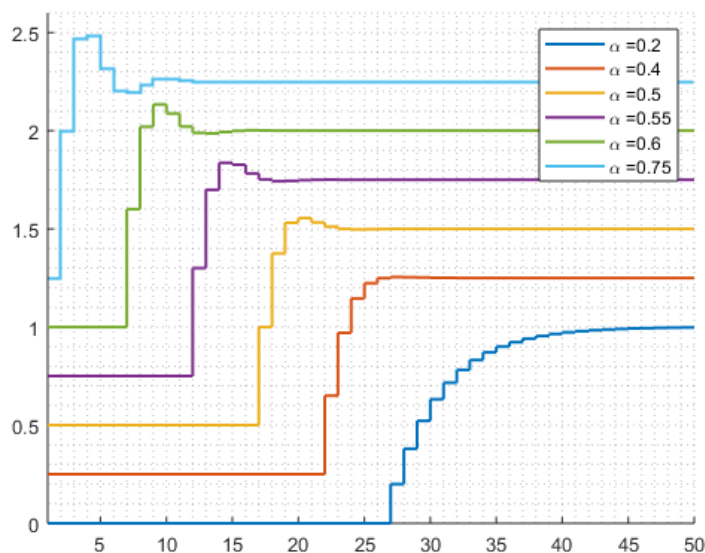
### 3.4 Performanse regulatora

Strujni regulator zadat prenosnom funkcijom (3.8) ima samo jedan podesivi parametar,  $\alpha$ . Važno je ispitati uticaj ovog parametra na stabilnost, robustnost i brzinu regulatora, kao i na prebačaj odziva na step referencu. Ovi kvaliteti regulatora se kvantifikuju vektorskom marginom VM, propusnim opsegom  $f_{bw}(3dB)$  i  $f_{bw}(45^\circ)$  i relativnim preskokom ("percentage overshoot") - PO. Matlab skripta za računanje navedenih veličina data je u prilogu, a rezultati su navedeni u tabeli (1).

| $\alpha$ | VM     | $f_{45^\circ}$ | $f_{3dB}$      | PO [%] |
|----------|--------|----------------|----------------|--------|
| 0.20     | 0.8939 | 0.0318 / $T_s$ | 0.0414 / $T_s$ | 0      |
| 0.40     | 0.7757 | 0.0629 / $T_s$ | 0.1245 / $T_s$ | 0.46   |
| 0.50     | 0.7124 | 0.0780 / $T_s$ | 0.1787 / $T_s$ | 5.46   |
| 0.55     | 0.6798 | 0.0855 / $T_s$ | 0.2029 / $T_s$ | 8.65   |
| 0.60     | 0.6468 | 0.0929 / $T_s$ | 0.2246 / $T_s$ | 13.40  |
| 0.75     | 0.5456 | 0.1144 / $T_s$ | 0.2779 / $T_s$ | 23.04  |

Tabela 1: Performanse regulatora za različite vrednosti koeficijenta  $\alpha$

Sa porastom koeficijenta  $\alpha$ , koji ima dimenziju proporcionalnog dejstva, povećava se propusni opseg (brzina) regulatora, ali na uštrb robustnosti. Izabraćemo  $\alpha = 0.6$ , jer za tu vrijednost vektorska margina ostaje iznad 0.6, dok je preskok oko 13%, što je prihvatljivo. Svako dalje povećanje proporcionalnog dejstva dovodi do povećanja osetljivosti regulatora na parametre motora, smanjuje vektorsku marginu, i povećava preskok regulatora. Na slici (7) su dati odzivi sistema na step referencu za različite vrijednosti parametra  $\alpha$ .

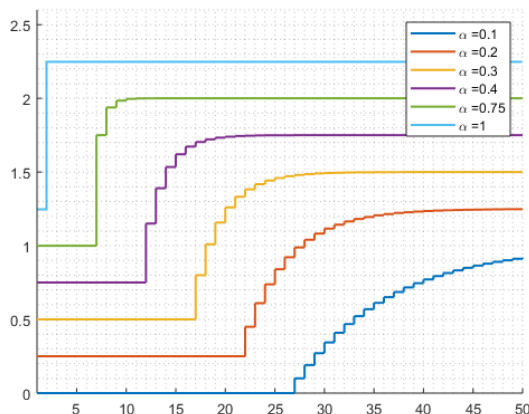


Slika 7: Odstivi regulatora u zatvorenoj sprezi na step promjenu reference

Za dobro odabranu vrijednost koeficijenta  $\alpha$  može se dobiti odličan odziv regulatora u zatvorenoj povratnoj sprezi. Takav odziv podrazumijeva malu vrijednost relativnog preskoka, dobru robustnost ( $VM > 0.6$ ) i visoku vrijednost propusnog opsega ( $f_{3db}$ ). Uzimajući vrijednost  $\alpha = 0.55$  i frekvenciju regulatorskog algoritma od  $10kHz$  može se dobiti regulator propusnog opsega  $f_{bw}(3dB) = 0.2029 \cdot 10kHz = 2.029kHz$ . Ovakav regulator ima odziv sa preskokom od 9% koji, iako je prihvatljiv, može biti smanjen dodavanjem diferencijalnog dejstva u direktnu granu regulatora.

## 4 Regulator sa serijskim kompenzatorom

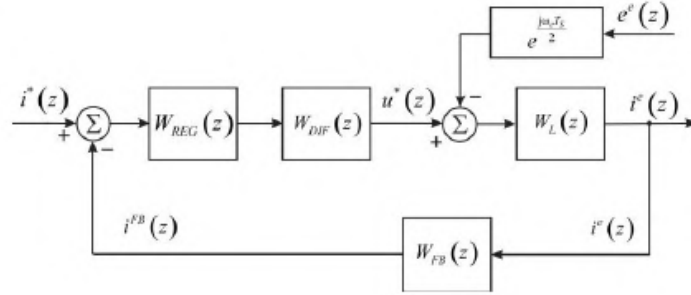
Kada sistem za akviziciju podataka, uključujući filtre, analogno digitalne konvertore, i sam mikrokontroler ne bi unosili nikakvo transportno kašnjenje (modelovano ili ne), teorijski bi bilo moguće u potpunosti invertovati dinamiku modela upravljanja i kao odziv na step referencu dobiti brz eksponencijalni odziv bez preskoka. Na slici (8) je prikazan odziv takvog sistema, uz pretpostavku da je  $W_{FB} = 1$  i da nema nemodelovanih kašnjenja.



Slika 8: Odstivi regulatora bez transportnih kašnjenja u zatvorenoj sprezi na step promjenu reference



Sami filtri mjerenih veličina imaju ne-nulte vremenske konstante, dakle unose neko konačno kašnjenje. Akvizicije mjerenih veličina ("oversampling"), koji je opisan u [1], unosi transportno kašnjenje opisano njegovom prenosnom funkcijom  $W_{FB}$ . Kako se dinamike ovih sistema ne mogu invertovati, potrebno je smisliti drugi način za poboljšanje preskoka regulatora. Struktura regulatora sa serijskim kompenzatorom prikazana je na slici (9)



Slika 9: Struktura regulatora sa serijskim kompenzatorom

Prenosna funkcija serijskog kompenzatora je [1]

$$W_{DIF} = 1 + d \frac{z-1}{z} = \frac{(1+d)z-d}{z}, \quad (4.1)$$

gdje je  $d$  parametar diferencijalnog dejstva. Potrebno je napraviti analizu kako ovaj parametar utiče na performanse sistema zatvorene povratne sprege. Sa slike se vidi da je nova prenosna funkcija otvorene sprege

$$W_{OL\_DIF} = W_{DIF} \cdot W_{REG} \cdot W_L = \frac{\alpha}{z-1} \frac{(1+d)z-d}{z}. \quad (4.2)$$

Slijedi da je funkcija zatvorene povratne sprege

$$W_{CL\_DIF} = \frac{W_{OL\_DIF}}{1 + W_{OL\_DIF} \cdot W_{FB}}. \quad (4.3)$$

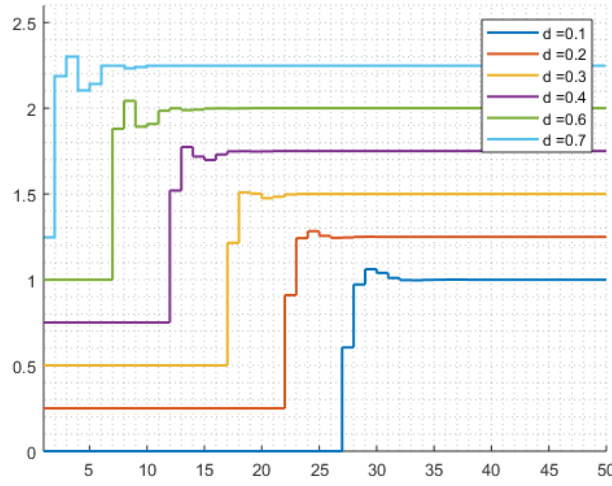
Zamjenom  $W_{OL\_DIF}$  i  $W_{FB}$  iz (4.2) i (3.13) u (4.3) dobijamo

$$\begin{aligned} W_{CL\_DIF} &= \frac{\mathbf{i}^{dq}}{\tilde{\mathbf{i}}^{dq}} \Big|_{e^{dq}=0} = \frac{2\alpha(1+d) \cdot z^2 - 2\alpha dz}{f_{cp}} = \\ &= W_{CL} = 2 \cdot \alpha \frac{z^2 \cdot (1+d) - z \cdot d}{2z^3 + \alpha(1+d)z^2 - 2z^2 + \alpha z - \alpha d}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Kako bi se uvidio uticaj parametra diferencijalnog dejstva  $d$  na performanse regulatora u zatvorenoj povratnoj sprezi, potrebno je ispitati odziv prenosne funkcije (4.4), kao i njenu vektorsku marginu i propusni opseg. Matlab skripta koja je korištena za dobijanje ovih veličina je data u prilogu, a rezultati su priloženi u tabeli (2) i na slici (10).

| $\alpha$ | d    | VM     | $f_{45^\circ}$ | $f_{3dB}$      | PO [%] |
|----------|------|--------|----------------|----------------|--------|
| 0.55     | 0.10 | 0.6798 | $0.0895 / T_s$ | $0.2206 / T_s$ | 6.15   |
| 0.55     | 0.20 | 0.6798 | $0.0945 / T_s$ | $0.2489 / T_s$ | 3.32   |
| 0.55     | 0.30 | 0.6798 | $0.1007 / T_s$ | $0.2865 / T_s$ | 0.93   |
| 0.55     | 0.40 | 0.6798 | $0.1086 / T_s$ | $0.3255 / T_s$ | 2.35   |
| 0.55     | 0.60 | 0.6798 | $0.1307 / T_s$ | $0.3961 / T_s$ | 4.28   |
| 0.55     | 0.70 | 0.6798 | $0.1446 / T_s$ | $0.4337 / T_s$ | 4.78   |

Tabela 2: Performanse regulatora sa serijskim kompenzatorom



Slika 10: Odzivi regulatora sa serijskim kompenzatorom na step promjenu reference.

Iz tabele (2) se vidi da koeficijent diferencijalnog dejstva  $d$  ne utiće na vektorsku marginu sistema, ali da poboljšava karakteristike  $f_{bw}(45^\circ)$  i  $f_{bw}(3dB)$ , tj. povećava propusni opseg. Takođe, sa povećanjem koeficijenta  $d$  iznad 0.3 povećava se i preskok odziva. Optimalno je izabrati  $d = 0.4$ , čime se dobija regulator sa propusnim opsegom  $f_{bw}(3dB) = 0.3255/T_s = 3.255kHz$  i preskokom koji je manji od 3%.

Kako bismo ispitali moć suzbijanja naponskih poremećaja datog regulatora, potrebno je ispitati prenosnu funkciju

$$Y_e = \frac{i^{dq}}{-e^{dq}} \Big|_{i^{\tilde{d}q}=0} = \frac{1}{1 + W_{OL\_DIF} \cdot W_{FB}} e^{j\frac{\omega_e T_s}{2}} \cdot W_L \quad (4.5)$$

Zamjenom  $W_{OL\_DIF}$  i  $W_{FB}$  iz (4.2) i (3.13) u (4.5) dobijamo

$$Y_e = \frac{1}{1 + W_{OL\_DIF} \cdot W_{FB}} e^{j\frac{\omega_e T_s}{2}} \cdot W_L = \frac{T_s}{L} \frac{e^{j\frac{\omega_e T_s}{2}}}{\mathbf{z} \cdot e^{j\omega_e T_s} - e^{-\beta}} \frac{\mathbf{z}^2 - 1}{f_{cp}}, \quad (4.6)$$

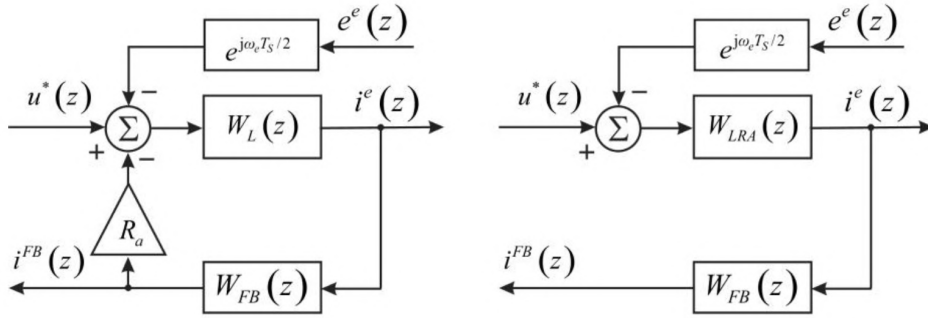
gdje je  $f_{cp}$  karakteristični polinom dat izrazom

$$f_{cp} = 2\mathbf{z}^3 + (\alpha(1+d) - 2) \cdot \mathbf{z}^2 + \alpha\mathbf{z} - \alpha d. \quad (4.7)$$

## 5 Suzbijanje naponskih poremećaja

### 5.1 Modifikovana prenosna funkcija objekta upravljanja

Na slici (11) je dat šematski prikaz novog kontrolnog dejstva -  $R_a$ . Sa slike se vidi da izmjerene struje bivaju pomnožene koeficijentom  $R_a$ , koje ima karakter proporcionalnog dejstva, i oduzete od naponskih referenci. Ovakav podsistem se može zameniti prenosnom funkcijom  $W_{LRA}$  koja onda predstavlja novu prenosnu funkciju objekta upravljanja. Bitno je napomenuti da za vrijednosti parametra  $R_a$  u opsegu od  $[0 .. 0.5 \cdot \frac{T_s}{L}]$  ovaj podsistem ima vektorsku marginu veću od 0.5 . Dakle,  $R_a$  ne smijemo povećavati iznad ove granice.



Slika 11: Modifikovanje prenosne funkcije objekta upravljanja lokalnim proporcionalnim dejstvom.

$$W_{LRA} = \frac{W_L}{1 + W_L \cdot W_{FB} \cdot R_a} \quad (5.1)$$

Uvođenjem (3.9) i (3.13) u (5.1) dobijamo prenosnu funkciju modifikovanog objekta upravljanja

$$W_{LRA} = \frac{T_s}{L} \frac{z}{z^2 \cdot e^{j\omega_e T_s} + z \cdot \left( \frac{R_a T_s}{2L} - e^{-\beta} \right) + \frac{R_a T_s}{2L}} \quad (5.2)$$

Prenosna funkcija modifikovanog objekta upravljanja,  $W_{LRA}$  data izrazom (5.2) se može iskoristiti za sintezu regulatora na principima unutrašnjeg modela, opisanog u poglavlju (2.2).

### 5.2 Projektovanje regulatora

Prenosna funkcija regulatora dobija se množenjem invertovane prenosne funkcije objekta upravljanja sa prenosnom funkcijom integratora. Ukoliko je red polinoma u brojiocu veći od reda polinoma u imeniocu dobijene prenosne funkcije, potrebno je je dobijenu prenosnu funkciju deliti sa  $z$  sve dok oni ne postanu isti.

$$W_{REGX} = W_{LRA}^{-1} \cdot \frac{\alpha z}{z - 1} \cdot \frac{1}{z} \quad (5.3)$$

Dodavanjem prenosne funkcije serijskog kompenzatora,  $W_{DIFF}$ , iz (4.1) na red sa prenosnom funkcijom regulatora dobija se regulator sa ubrzanim odzivom, kao što je pojašnjeno u poglavlju (4).

$$W_{REG} = W_{REGX} \cdot W_{DIFF} = W_{REGX} \cdot \frac{(1+d)\mathbf{z} - d}{\mathbf{z}} \quad (5.4)$$

Zamjenom (5.3) u (5.4) dobijamo

$$W_{REG} = W_{LRA}^{-1} \cdot \frac{\alpha\mathbf{z}}{\mathbf{z} - 1} \cdot \frac{(1+d)\mathbf{z} - d}{\mathbf{z}} \quad (5.5)$$

Konačno, ako uvrstimo invertovanu prenosnu funkciju iz (5.2) u (5.5), dobijamo prenosnu funkciju regulatora datu izrazom :

$$W_{REG} = \frac{\alpha L}{T_s} \frac{f_1 + f_2}{2\mathbf{z}^2(\mathbf{z} - 1)}, \quad (5.6)$$

gdje su

$$f_1 = \mathbf{z}^3 \cdot 2e^{j\omega_e T_s} (1+d) + \mathbf{z}^2 \cdot \left( \left( \frac{R_a T_s}{L} - 2e^{-\beta} \right) (1+d) - 2d \cdot e^{j\omega_e T_s} \right),$$

$$f_2 = \mathbf{z} \cdot \left( \frac{R_a T_s}{L} + 2 \cdot d \cdot e^{-\beta} \right) - d \cdot \frac{R_a T_s}{L}.$$

Prenosna funkcija sistema otvorene povratne sprege je

$$W_{OL} = W_{REG} \cdot W_{LRA} = \frac{\alpha}{\mathbf{z} - 1} \cdot \frac{(1+d)\mathbf{z} - d}{\mathbf{z}}, \quad (5.7)$$

a prenosna funkcija zatvorene povratne sprege

$$W_{CL} = 2 \cdot \alpha \frac{\mathbf{z}^2 \cdot (1+d) - \mathbf{z} \cdot d}{2\mathbf{z}^3 + \alpha(1+d)\mathbf{z}^2 - 2\mathbf{z}^2 + \alpha\mathbf{z} - \alpha d} \quad (5.8)$$

Poređenjem prenosne funkcije (5.8) i (4.4) da se zaključiti da vrijednost koeficijenta  $R_a$  ne utiče na dinamiku idealizovanog sistema. U eksperimentalnom dijelu ćemo vidjeti da, usled nemodelovanih kašnjenja,  $R_a$  dejstvo ipak ima nezanemarljiv uticaj na odziv sistema.

Prenosna funkcija poremećaja data je izrazom

$$Y_e = \frac{\mathbf{i}^{dq}}{-\mathbf{e}^{dq}} \Big|_{\mathbf{i}^{\tilde{d}q}=0} = \frac{1}{1 + W_{OL} \cdot W_{FB}} \cdot e^{j\frac{\omega_e T_s}{2}} \cdot W_{LRA}. \quad (5.8)$$

Uvođenjem (5.2),(3.13) i (5.6) u (5.8) dobijamo

$$Y_e = \frac{1}{L} e^{\frac{j\omega_e T_s}{2} \cdot 4T_s} \frac{\mathbf{z}^4 - \mathbf{z}^3}{f_4 + f_3 + f_2 + f_1}, \quad (5.8)$$

gdje su

$$\begin{aligned} f_4 &= \mathbf{z}^4 \cdot 2 \cdot \left( \frac{R_a T_s}{L} + rot \cdot (\alpha + \alpha d - 2) - 2B \right), \\ f_3 &= \mathbf{z}^3 \cdot 2 \cdot \left( \alpha(1 + d) \cdot \frac{R_a T_s}{L} / 2 + \alpha \cdot rot - B \cdot (\alpha(1 + d) - 2) \right), \\ f_2 &= \mathbf{z}^2 \cdot \left( \frac{R_a T_s}{L} (\alpha(2 + d) - 2) + 2B\alpha + 2\alpha d \cdot rot \right), \\ f_1 &= -\mathbf{z} \cdot \left( \alpha \cdot ratl \cdot (d - 1) - 2B\alpha d \right) + \alpha d \cdot ratl, \end{aligned}$$

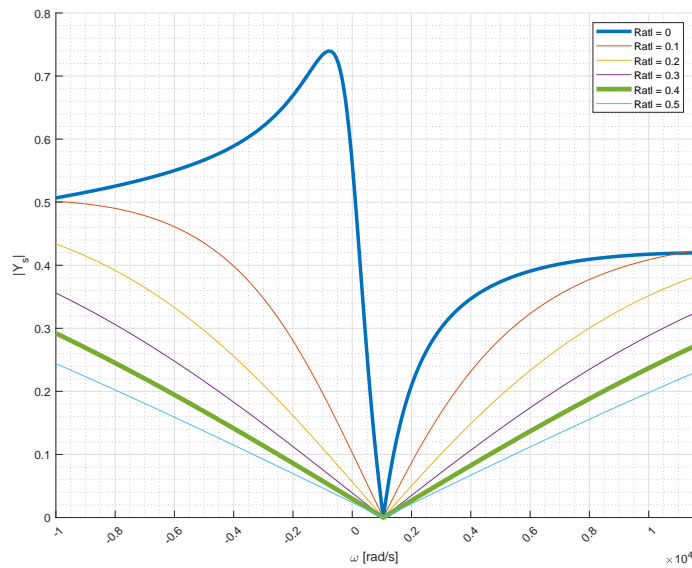
i

$$\begin{aligned} ratl &= \frac{R_a T_s}{L}, \\ rot &= e^{j\omega_e T_s}, \\ B &= e^{-\beta}. \end{aligned}$$

Kako bi se ocijenio uticaj viših naponskih harmonika na fazne struje, potrebno je nacrtati amplitudsku karakteristiku prenosne funkcije (5.9), ali u stacionarnom  $\alpha\beta$  sistemu, kao što je objašnjeno u poglavlju (2.3).

$$Y_s(\mathbf{z}) = Y_s(e^{sT_s}) = Y_e(e^{(s-j\omega_e)T_s}) \quad (5.9)$$

Amplitudska karakteristika admitanse  $Y_s$  data je na slici (12). Vrijednosti parametara  $\alpha = 0.55$  i  $d = 0.4$  su već odabrane u poglavljima (3.4) i (4).



Slika 12: Amplitudska karakteristika prenosne funkcije (5.9)

Na slici je plavom bojom označena amplitudska karakteristika kada ne postoji dejstvo aktivne otpornosi, a podebljanom zelenom amplitudska karakteristika odabranog  $R_a$  dejstva. Veće povećanje parametra  $R_a$  bi dovelo do marginalne stabilnosti sistema, te se ne preporučuje.

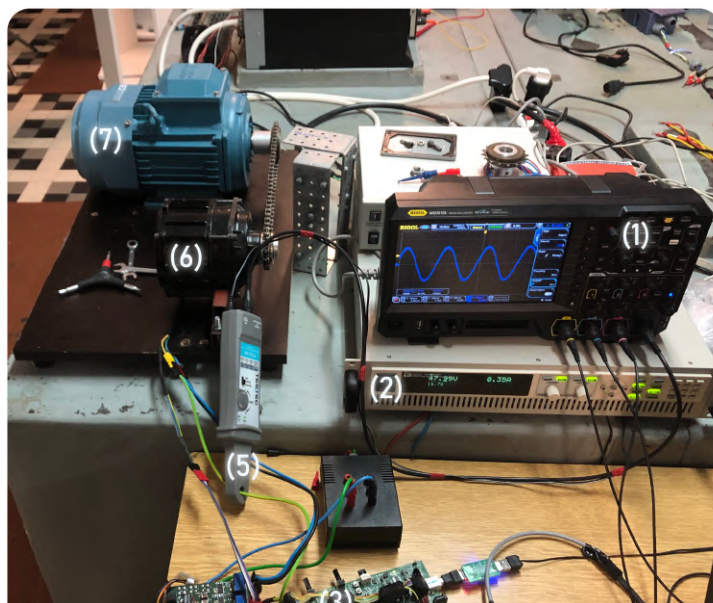
Da bi se uvidio uticaj koji  $R_a$  dejstvo ima na više harmonike struje prouzrokovane višim harmonicima elektromotorne sile, potrebno je očitati vrijednosti amplitudske karakteristike za konkretne frekvencije naponskih harmonika (pri nominalnoj brzini). Struja prouzrokovana jednim voltom petog harmonika elektromotorne sile ( $5250rad/s$ ) biva umanjena sa  $0.4A/V$  na  $0.12A/V$ , sto je umanjjenje od čak 4 puta!

## 6 Eksperimentalni rezultati

### 6.1 Eksperimentalna postavka

Na slici (13) je data eksperimentalna postavka korištena za potvrdu gore pomenutog postupka. Na slici su brojevima označeni :

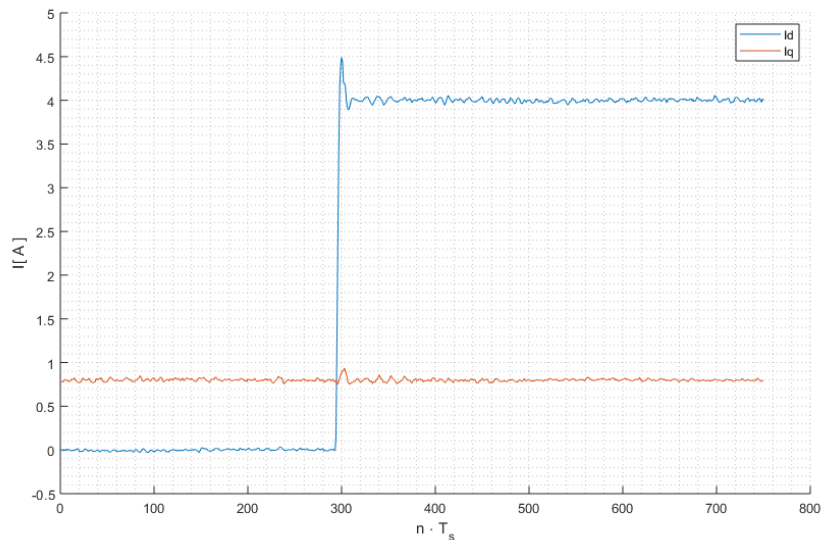
1. Osciloskop RIGOL MSO514,
2. Energetsko napajanje ITECH IT6525D - 500V/20A/3kW,
3. JTAG konekcija računara sa DSP-em,
4. DSP i kontrolisani inverter razvijen za takmičenje "International Future Energy Challenge" u okviru laboratorije za digitalno upravljanje pretvaračima i pogonima, na elektrotehničkom fakultetu,
5. Strujna sonda TSTEC TT-CC 220,
6. Upravljeni BLDC motor, nominalne snage 3kW,
7. ABB asinhroni motor upravljani iz invertora, koji služi svrsi opterećivanja BLDC motora.



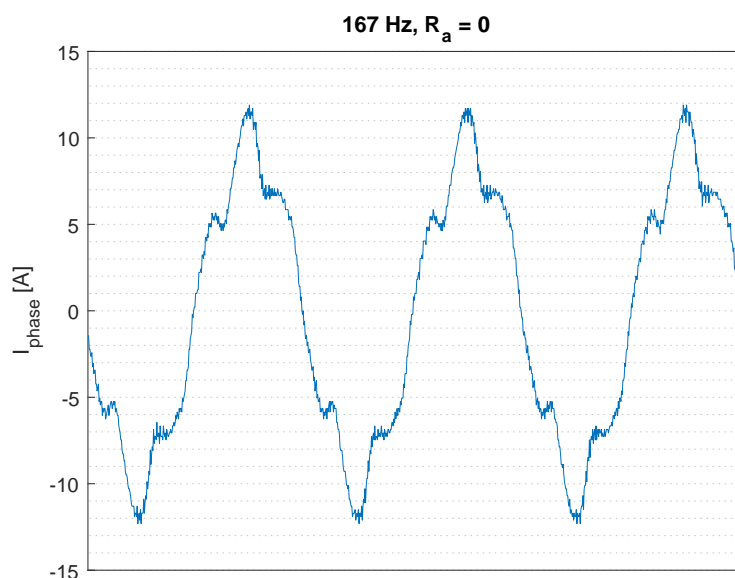
Slika 13: Eksperimentalna postavka

Procedura testiranja rada izprojektovanog regulatora sa aktivnom otpornošću u povratnoj grani je sledeća. Motor se zaleti do nominalne brzine, i gledaju se struje koje postoje u faznim namotajima pri radu regulatora sa  $R_a = 0$  i  $R_a = R_{a\_nom}$ . Na slikama (15) i (16) su prikazane fazne struje motora pre i posle kompenzacije aktivnom otpornošću.

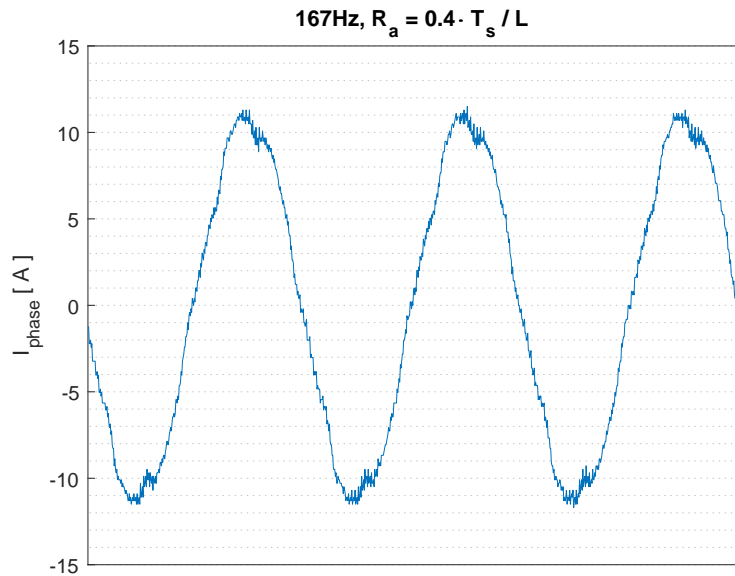
Na slici (14) je prikazan odziv struja  $I_d$  i  $I_q$  na step promjenu reference struje  $I_d$ , pri 45% nominalne brzine motora. Na ovo brzini su viši harmonici struje skoro u potpunosti kompenzovani i nema valovitosti  $i^{dq}$  struje. Vidi se da je odziv brz, sa malim preskokom, i da dinamika u jednoj od osa  $d$  ili  $q$  ne prouzrokuje dinamiku u drugoj osi.



Slika 14: Odziv struja  $I_d$  i  $I_q$  na step promjenu reference  $I_d$



Slika 15: Fazna struja bez  $R_a$  kompenzacije



Slika 16: Fazna struja sa  $R_a$  kompenzacijom

## 7 Zaključak

Najpre je dat osvrt na potrebu za modelovanjem objekta upravljanja u dq koordinatnom sistemu. Kratko su navedene korišćene transformacije iz stacionarnih u sinhroni dq koordinatni sistem. Objasnjen je način projektovanja strujnog regulatora baziran na principu unutrašnjeg modela. Potom je naveden diskretizovani model objekta upravljanja u dq koordinatnom sistemu. Izvršena je sinteza diskretnog, digitalnog, regulatora sa proporcionalnim i diferencijalnim dejstvom. Takav regulator ističe se svojom brzinom odziva i robusnošću.

Međutim, ovakav regulator ima relativno slabe karakteristike potiskivanja poremećaja, te ne može suzbiti više harmonike struje. Iz tog razloga se modifikuje prenosna funkcija objekata upravljanja lokalnim proporcionalnim dejstvom aktivne otpornosti  $R_a$ . Za tako modifikovanu prenosnu funkciju projektuje se novi regulator na principima invertovanja dinamike koji uspješno potiskuje više harmonike struja.

Sve prethodno navedeno je eksperimentalno potvrđeno. Priloženi rezultati verifikuju raspregnutost d i q strujnih osa, kao i brzinu odziva regulatora na step referencu. Takođe, na priloženim graficima jasno se uočava razlika u mogućnostima suzbijanja poremećaja bez i sa dodavanjem lokalne povratne sprege.

Iako metoda aktivne otpornosti ima zavidne rezultate u pogledu suzbijanja viših harmonika struje, ovakav regulator ih ne može u potpunosti eliminisati. Kako su viši harmonici elektromotorne sile u stacionarnom režimu amplitudski i fazno fiksni, moglo bi se pribići principu *feed-forward*. Pogodnim, adaptivnim algoritmom moguće je ekstrahovati faze i amplitude pojedinih harmonika, i koristiti *feed-forward* kompenzaciju u stacionarnom  $\alpha\beta$  sistemu. Ovo predstavlja mogućnost daljeg rada, i principijalno je objašnjeno u [4].



## 8 Reference

- [1] S. Vukosavić, Grid Side Converters-Design and Control, Springer, 2018.
- [2] S. Vukosavić, Grid Side Converters-Design and Control, Springer, 2018, page 132.
- [3] P. Pillay, R. Krishnan, „Application characteristics of permanent magnet synchronous and brushless dc motors for servo drives“, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 27, no. 5, pp.986-996, September/October 1991.
- [4] C. Ng, K. Busawon, G. Putrus, i L. Ran, “Fast-individual-harmonic-extraction technique,” Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings-, vol. 152, pp. 556–562, Av-gust 2005.doi:10.1049/ip-gtd:20045072

## 9 Prilog

```
1 %
2 %
3 %
4 %Synthesis of IMC based regulator with Ra in the feedback loop
5 %
6 %
7 %
8 clc
9 clear
10 close all
11 syms del a d ratl l t w we T z B
12 syms rot rote;
13
14 rot = exp(j*del) ; % exp rotation
15 rote = exp(j*w*T/2); % exp rotation for back-emf
16 %rot = cos(del) + 1i*sin(del);
17
18 ra = ratl*l/t; % Ra
19
20 WFB = (z+1)/2/z; % Feedback transfer function
21 WL = t/l/(z*rot - B); % Load transfer function
22
23 WLRA = WL/(1+WFB*WL*ra); % Modified load transfer function - Ra
24
25 WREG = a*z/(z-1)/WLRA; % Regulator transfer function
26 WREG = WREG/z; % Causal regulator
27
28 WREG = WREG*(1+d*(z-1)/z); % Series differential compensator
29
30 WOL = WLRA * WREG; % Open loop transfer function
31 WCL = WOL/(1+WOL*WFB); % Closed loop transfer function
32
33 Y = rote*WLRA/(1+WOL*WFB) / rote / 4 / t * l; % Admittance
34 Y = collect(Y,z);
35 Y = simplify(Y);
36 Y = collect(Y,z);

1 %
2 %
3 %
4 %Finding optimal alpha coefficient
5 %
6 %
7 %
8 close all
9 figure
```

```

10 hold on
11 grid minor
12
13 T = 0.000025;
14 alpha_array=[0.2 0.4 0.5 0.55 0.6 0.75];
15 TB=[];
16 for j=1:6
17 alpha=alpha_array(j);
18
19 num=[2*alpha,0];
20 den=[2,(alpha-2),alpha];
21 iout = dstep(num,den,50);
22
23 y = [ones((6-j)*5,1)*(j-1)/4; iout+(j-1)/4];
24 stairs(y,'LineWidth',1.5)
25 grid minor
26
27 W = [50:50:500000];
28 z = exp(1i.*W.*T);
29
30 WPP = (2.*alpha.*z)./(2.*z.^2 + (alpha-2).*z + alpha);
31 VM = min(abs(1+WPP));
32 Preb = max(iout);
33 [Mag, Pha, W] = dbode(num,den,T,W);
34 f45 = W(min(find(Pha<-45)))/2/pi; % from Bode-plot. Getting
    bandwidth
35 fbw = W(min(find(Mag<0.707)))/2/pi;
36
37 TB=[TB;[alpha VM f45*T fbw*T (Preb-1)*100 ]]
38
39 end
40 disp('a d VM f45 f3db preb ') % Printing the outputs
41 TB
42 xlim([1 50])
43 ylim([0 2.6])
44 legend(strcat('\alpha = ',num2str(alpha_array(1))), strcat
    ('\alpha = ',num2str(alpha_array(2))), strcat('\alpha =
    ',num2str(alpha_array(3))), strcat('\alpha = ',num2str
    (alpha_array(4))), strcat('\alpha = ',num2str(
    alpha_array(5))), strcat('\alpha = ',num2str(
    alpha_array(6))))

1 %
2 %
3 %
4 % Regulator with the series compensator
5 %
6 %
7 %

```

```

8  close all
9  figure
10 hold on
11 grid minor
12
13 T = 0.000025;
14 d_array=[0.1 0.2 0.3 0.4 0.6 0.7];
15 a=0.55;
16 TB=[];
17 for jj=1:6
18 d=d_array(jj);
19
20 num=[(2*a + 2*a*d),-2*a*d,0];
21 den=[2,(a + a*d - 2),a,-a*d];
22 iout = dstep(num,den,50);
23
24 y = [ones((6-jj)*5,1)*(jj-1)/4; iout+(jj-1)/4];
25 stairs(y,'LineWidth',1.5)
26 grid minor
27
28 W = [50:100:1.2*100000];
29 z = exp(1i.*W.*T);
30
31 WPP = (2.*a.*z)./(2.*z.^2 + (a-2).*z + a);
32 VM = min(abs(1+WPP));
33 Preb = max(iout);
34 [Mag, Pha, W] = dbode(num,den,T,W);
35 f45 = W(min(find(Pha<-45)))/2/pi; % from Bode-plot. Getting
    bandwidth
36 fbw = W(min(find(Mag<0.707)))/2/pi;
37
38 TB=[TB;[d VM f45*T fbw*T (Preb-1)*100 ]]
39
40 end
41 disp('d VM f45 f3db preb ')
42 TB
43 xlim([1 50])
44 ylim([0 2.6])
45
46 %
47 %
48 %
49 % Aplitude characterisc of Y_e with R_a applied
50 %
51 %
52 %
53 %
54
55 clear all
56 close all

```

```

11
12 Rs = 0.086; l = 95E-6; t = 0.000025;
13 B = exp(-Rs*t/l);
14 a = 0.55 ;
15 d=0.4;
16
17 we = 167*2*pi % we is the speed of the d-q frame in [rad/s],
18
19 w=linspace(-10000,12000,10000);
20 rot = exp(1i.*we.*t);
21 rote = exp(1i.*we.*t/2);
22 z = exp(1i.*t.*(w-we));
23
24 figure; hold on; grid;
25 for i = 0:1:5
26     ratl = 0.5*i/5;
27
28     num = 4.*t./l .*rote.*(- z.^4 + z.^3);
29
30     den = - 4.*rot.*z.^5 + (4.*B - 2.*ratl + 4.*rot - 2.*a.*rot
31         - 2.*a.*d.*rot).*z.^4;
32     den = den + (2.*B.*a - 4.*B - a.*ratl - 2.*a.*rot + 2.*B.*a
33         .*d - a.*d.*ratl).*z.^3;
34     den = den + (2.*ratl + 2.*B.*a - 2.*a.*ratl - a.*d.*ratl +
35         2.*a.*d.*rot).*z.^2;
36     den = den + (a.*d.*ratl - 2.*B.*a.*d - a.*ratl).*z + a.*d.*
37         ratl;
38
39     YE = num./den;
40
41     plot(w, abs(YE));
42 end
43 grid minor
44 ylabel(' |Y-{\alpha\beta}| ')
45 xlabel([' \omega [rad/s] '])
46 xlim([-10000,11500])
47 xtickangle(45)

```